Basic Equations

Sucharit Koontanakulvong

ที่ 9 สมการพื้นฐานของของไหล

(Fundamental Eqs. of Fluid Flow)

ที่ผ่านมากล่าวถึงของไหลในลักษณะนิ่งไม่ไหล น้ำหนักของของไหลเป็น
หลักในการพิจารณาจากนี้ไปจะกล่าวถึงการไหลของของไหล ซึ่งการไหลของของไหลเป็น
ปรากฏการณ์ที่ค่อนข้างสลับซับซ้อนบางครั้งก็ไม่สามารถจะวิเคราะห์ ด้วยวิธีการทางคณิต-
ศาสตร์ได้หมดการไหลของของไหลจะต่างจากการเคลื่อนที่ของของแข็ง เพราะของไหล
สามารถไหลได้ในความต่าง ๆ กัน และความเร็วต่าง ๆ กันได้ ในขณะเดียวกันก็จะกล่าวถึง
สมการพื้นฐานสำคัญที่นำมาใช้ในการอธิบายการไหลของของไหล

ศร์ได้หมดการไหลของของไหลจะต่างจากการเคลื่อนที่ของของแข็ง เพราะของไหล
ารถไหลได้ในความต่าง ๆ กัน และความเร็วต่าง ๆ กันได้ ในขณะเดียวกันก็จะกล่าวถึง
ารพื้นฐานสำคัญที่นำมาใช้ในการอธิบายการไหลของของไหล

อหา

1. ชนิดของการไหล
2. สมการไหลต่อเนื่อง
3. สมการพลังงาน
4. การประยุกต์ใช้ สมการ Bernonele

Flow Type

การไหลของของไหล สามารถแบ่งออกได้

steady $\frac{\partial V}{\partial t} = 0,\ \frac{\partial P}{\partial t} = 0,\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,\ \frac{\partial Q}{\partial t} = 0$

e.g. flow in pipe with constant head

unsteady $\frac{\partial V}{\partial t} \neq 0$ trainsient

uniform (magnitude and direction of the velocity do not change from point to point in the fluid $\frac{\partial V}{\partial s} = 0 \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial s} = 0,\ \frac{\partial P}{\partial s} = 0,\ \frac{\partial \rho}{\partial s} = 0$

nonuniform (velocity , depth , pressure change from pt. to pt. $\frac{\partial v}{\partial s} \neq 0$)

laminar ไหลขนานกับผนังของช่องทางไหล

unsteady $\frac{\partial}{\partial t}$

uniform (magnitude and direction of the velocity do not change from point to point in the fluid $\frac{\partial v}{\partial s} = 0 \Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial s} = 0$, $\frac{\partial P}{\partial s} = 0$, $\frac{\partial \rho}{\partial s} = 0$

nonuniform (velocity , depth , pressure change from pt. to pt. $\frac{\partial v}{\partial s} \neq 0$)

laminar ไหลขนานกับผนังของช่องทางไหล

turbulent

one - dimensional

{ คิดแกนการไหลเป็นหลัก (เกณฑ์เฉลี่ย)

two - dimensional , 3 - d

rotational

irrotational ... ideal flow , no shearstress

ideal fluid.... no shear stress, no torque , no rotation about their own mass center.

สมการไหลต่อเนื่อง (Continuity Equation)

จากหลัก conservation of mass, steady flowมวลสารที่ไหลผ่านหน้าตัดต่าง ๆ ในช่วงเวลาหนึ่งจะเท่ากัน

for compressible flow

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 = \text{constant}$$

$$\rho_1 g_1 A_1 V_1 = \rho_2 g_2 A_2 V_2 \quad \text{(in weight units)}$$

for incompressible flow ρ constant

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q \ (m^3/s) \qquad \text{.....*}$$

for incompressible flow ρ constant

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q\ (m/s) \quad \text{.....*}$$

ท่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 12 ซม. ตัวหนึ่งมีหัวฉีดติดที่ปลาย ถ้าความเร็วของน้ำที่ไหลในกับ 1.65 m/s และน้ำไหลพุ่งออกจากหัวฉีดเป็นลำด้วยขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 ซม. วณหาความเร็วของลำน้ำที่ไหลพุ่งออกจากหัวฉีด

$$V_i A_i = V_j A_j = Q \text{ constant}$$

$$\frac{1.65\ \pi\ (12)}{4\ \ 100} = \frac{V_j\ \pi\ (3)}{4\ \ 100}$$

$$V_j = 26.4 \text{ m/s}$$

. สมการพลังงาน (Energy Egration)

3.1 พลังงานพื้นฐาน

พลังงาน คือ ความสามารถในการทำงาน
พลังงานจึงเป็นงานที่สะสมไว้ในตัว

ยธรรมชาติ พลังงานจะปรากฏในหลายรูปแบบ เช่น พลังงานความร้อน พลังงานเคมี

ลังงานจลน์ (kinematic) พลังงานศักย์(potential energy) { elastic $\hat{e}$ / pressure $\hat{e}$

างชลศาสตร์ การเปลี่ยนแปลงจาก พลังงานศักย์ ⟷ พลังงานจลน์

พลังงานความดัน

างชลศาสตร์ การเปลี่ยนแปลงจาก พลังงานศักย์ ⟷ พลังงานจลน์

พลังงานความดัน

รมการทางคณิตศาสตร์

พลังงานศักย์ (gravitational or potential $\hat{e}$) = z

พลังงานความดัน (pressure $\hat{e}$) p/γ

พลังงานจลน์ (kinematic $\hat{e}$) $\frac{V^2}{2g}$

มื่อ z คือ ความสูงที่วัดจากระดับที่กำหนดขึ้น และมีหน่วยเป็น L, J/N, N m /N

หลักพลังงานไม่สูญหาย (Energy conservation)

หัวศักดา หัวความดัน หัวความเร็ว

$$E = z + p/\gamma + v^2/(2g) = \text{constant}$$ (ไม่พิจราณาความร้อน)

ไข:

1. Ideal flow ไม่มีความเสียดทาน ไม่หดตัว
2. Steady flow และไหลอย่างต่อเนื่อง
3. ไหลตามเส้นแนวการไหล
4. ความเร็วกระจายสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด
5. แรงที่กระทำมีเฉพาะแรงโน้มถ่วงของโลกและแรงดันเท่านั้น

องจริง

Energy at section 1 + Energy Added - Energy Lost - Energy Extracted = Energy at siction 2

3. ไหลตามเส้นแนวการไหล

4. ความเร็วกระจายสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด

5. แรงที่กระทำมีเฉพาะแรงโน้มถ่วงของโลกและแรงดันเท่านั้น

ของจริง

Energy at section 1 + Energy Added - Energy Lost - Energy Extracted = Energy at siction 2

$$\left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1\right) + H_A - H_L - H_E = \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2\right)$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L \text{ (head loss)}$$

section 1 Added Lost Extracted section 2

$$\left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1\right) + H_A - H_L - H_E = \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2\right)$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L \text{ (head loss)}$$

สมการนี้ บางทีก็เรียกว่า สมการ Bernoull มีหน่วยเป็น J/ N (Nm/N) หรือเมตรของของไหล จึงเป็นสมการพื้นฐานของการไหลของของไหล

$$P_1 + V_1 + Z_1 = P_2 + V_2 + Z_2 + h_L \quad \text{(head loss)}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2}{2g} + Z_2 + h_L$$

มการนี้ บางทีก็เรียกว่า สมการ Bernoull มีหน่วยเป็น J/ N (Nm/N) หรือเมตร
องไหล จึงเป็นสมการพื้นฐานของการไหลของของไหล

$Z + P / \gamma$: ความสูง piezometer

velocity head คือ : kinemetic e per unit weight at a particular pt. ถ้าการกระจายของความเร็วตลอด section สม่ำเสมอ การคำนวณ velocity head จะได้จากค่าเฉลี่ย แต่ถ้าการกระจายไม่สม่ำเสมอ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\text{velocity head} = \frac{\alpha V^2}{2g}$$

เมื่อ $$\alpha = \frac{1}{A}\int_A (v/V)^3 \, dA$$

V: average velocity

v : velocity at any it

A : area of cross section

$\alpha = 1.0$ uniform distribution

$\alpha = 1.02\text{-}1.15$ turbulent flow

$\alpha = 2.50$ laminar flow

v : velocity at any it

A : area of cross section

α = 1.0 uniform distribution

α = 1.02-1.15 turbulent flow

α = 2.50 laminar flow

กำลัง (Power) พลังงานได้จากอัตราการไหลคูณด้วยพลังงาน H จะได้

Power $P = \rho g\, Q.H$ $= N/m^3 X\ m\ X\ J/N = J/S$ (W watts)

flowing X energy

quantity

Power in kw $= \rho\, gQH\ /1000$

$\gamma\, QH_p/\eta$; η (eta) :ประสิทธิภาพของเครื่องสูบ

การประยุกต์ใช้สมการ Bernoulli

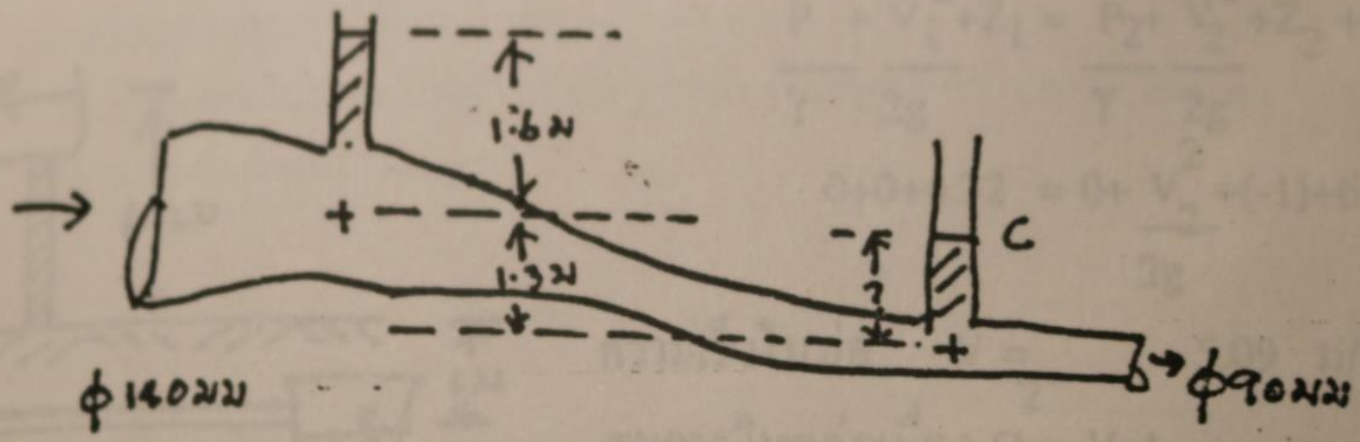
Power in kw = ρ gQH /1000

$\gamma QH_p/\eta$; η (eta) :ประสิทธิภาพของเครื่องสูบ

การประยุกต์ใช้สมการ Bernoulli

สมการพื้นฐานเมื่อมาประยุกต์ใช้ในระบบการไหล จะมีขั้นตอนมาตรฐานดังนี้

1. วาดรูประบบการไหล
2. เลือก datum line และใช้ทฤษฎี Bernoulli
3. พจารณาพลังงานจาก section 1
4. เพิ่ม/ลด พลังงานในระบบ
5. คำนวณหาพลังงาน section 2
6. ใช้สมการไหลต่อเนื่อง ถ้าจำเป็น



ำมันไหลผ่านท่อดังรูป เมื่อความเร็วที่จุด A เท่ากับ 2.5 ม/ว จงหาว่าน้ำมันในท่อสูงเท่าไร ว่าไม่มีความสูญเสียพลังงาน

จากสมการไหลต่อเนื่อง $V_A A_A = V_B A_B$

$$\frac{\pi}{4}(0.14)^2 \times 2.5 = \frac{\pi}{4}(0.09)^2 \times V$$

$$V_B = 6.05 \quad \text{m/sec}$$

าสมการพลังงาน

ำมันไหลผ่านท่อดังรูป เมื่อความเร็วที่จุด A เท่ากับ 2.5 ม/ว จงหาว่าน้ำมันในท่อสูงเท่าไร ถ้าไม่มีความสูญเสียพลังงาน

จากสมการไหลต่อเนื่อง $V_A A_A = V_B A_B$

$$\frac{\pi}{4}(0.14)^2 \times 2.5 = \frac{\pi}{4}(0.09)^2 \times V$$

$$V_B = 6.05 \quad \text{m/sec}$$

สมการพลังงาน

$$P_A + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = P_B + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B$$

$$1.6 + \frac{(2.5)^2}{2 \times 9.81} + 1.3 = P_B + \frac{(6.05)^2}{2 \times 9.81} + 0$$

$$P_B = 1.35 \text{ ม.}$$

นั่นคือ น้ำมันในท่อ C สูง 1.35 ม. จากจุด B

ำมันไหลผ่านท่อดังรูป เมื่อความเร็วที่จุด A เท่ากับ 2.5 ม/ว จงหาว่าน้ำมันในท่อสูงเท่าไร
ว่าไม่มีความสูญเสียพลังงาน

จากสมการไหลต่อเนื่อง $V_A A_A = V_B A_B$

$$\frac{\pi}{4}(0.14)^2 \times 2.5 = \frac{\pi}{4}(0.09)^2 \times V$$

$$V_B = 6.05 \quad \text{m/sec}$$

สมการพลังงาน

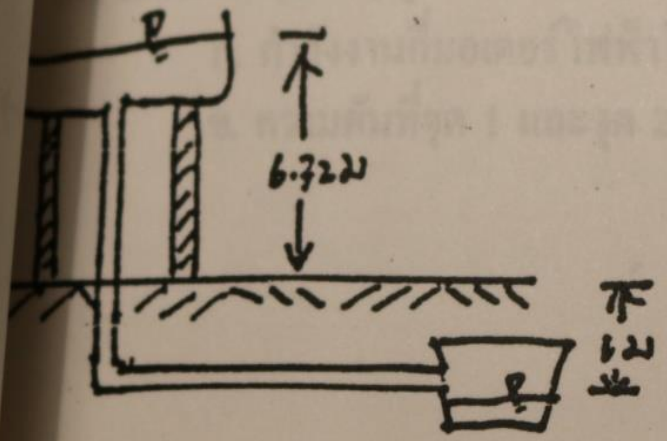
$$P_A + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = P_B + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B$$

$$1.6 + \frac{(2.5)^2}{2 \times 9.81} + 1.3 = P_B + \frac{(6.05)^2}{2 \times 9.81} + 0$$

$$P_B = 1.35 \text{ ม.}$$

นั่นคือ น้ำมันในท่อ C สูง 1.35 ม. จากจุด B

จงออกแบบท่อเหล็กหล่อสำหรับส่งน้ำจากหอสูง 6.32 ม. ลงสู่ถังเก็บน้ำใต้ดินด้วยอัตราการไหล 2.01 ลบ.ม./ว โดยเกิดความสูญเสียพลังงานทั้งหมด 6 ม.



สมการพลังงานระหว่างจุด 1 และ 2

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L$$

$$0+0+6.32 = 0+\frac{V_2^2}{2g}+(-1)+6$$

ความเร็วในท่อ $V_2 =$ 5.09 ม/ว

สมการไหลต่อเนื่อง $Q = V A$

$$0.01 = 5.09\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)$$

$$d = 0.05 \text{ ม.}$$

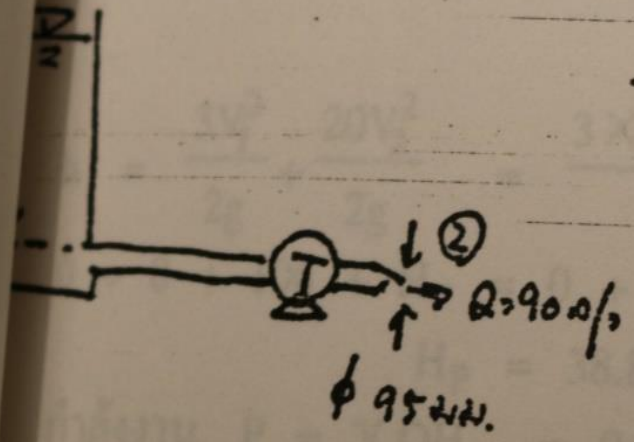
ดังนั้น ควรใช้ท่อเหล็กหล่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 ซม.

$$0.01 = 5.09 \left(\frac{\pi d^2}{4}\right)$$

$$d = 0.05 \text{ ม.}$$

ดังนั้น ควรใช้ท่อเหล็กหล่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 ซม.

จงหาความสูง H เมื่อน้ำไหลด้วยอัตราการไหล 90 litre/s และกังหันพลังน้ำที่มีประสิทธิ 95 % ให้กำลังงาน 16 kW



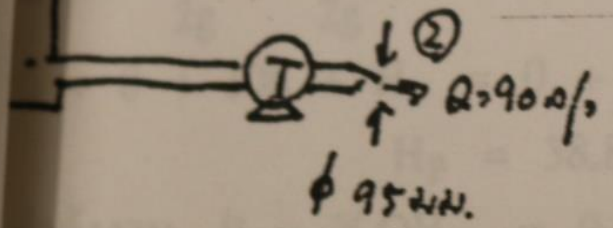
กำลังงาน $= P_E = \eta \gamma Q H_T$

$$16 = (0.95)(9.81 \text{ kN/m}^3)(0.09 \text{ m}^3/\text{sec})(H_T)$$

$$H_T = 19.08 \text{ m}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.09}{\frac{\pi (0.095)^2}{4}} = 12.7 \text{ ม/ว}$$

การพลังงานระหว่างจุด 1 และจุด 2



กำลังงาน $= P_E = \eta \gamma Q H_T$

$16 = (0.95)(9.81\ kN/m^3)(0.09\ m^3/sec)(H_T)$

$H_T = 19.08\ m$

$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.09}{\frac{\pi}{4}(0.095)^2} = 12.7$ ม/ว

รพลังงานระหว่างจุด 1 และจุด 2

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + H_T$$

$$0+0+H = 0 + \frac{(12.70)^2}{2 \times 9.81} + 0 + 19.08$$

$H = 27.30$ ม. .....*

สูบน้ำจากถังน้ำบนพื้นดินขึ้นไปบนถังสูงดังรูป ถ้าการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความฝืดระหว่างน้ำกับผนังท่อในช่วงจุด A และจุด 1 เท่ากับ 3 เท่าของหัวความเร็วในท่อขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 150 มม. และการสูญเสียพลังงานในช่วง 2 ถึงจุด b เท่ากับ 20 เท่าของหัวความเร็วในท่อ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 100 มม. เมื่อเลือกใช้เครื่องสูบน้ำที่มีประสิทธิภาพ 50 % จงหา

ก. กำลังงานกี่มอเตอร์ไฟฟ้าให้เครื่องสูบน้ำ ด้วยอัตราการไหล 20 litre/sec

ข. ความดันที่จุด 1 และจุด 2

∴ วิธีทำ $V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.02}{\frac{\pi(0.15)^2}{4}} = 1.32$ ม./ว.

$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.02}{\frac{\pi(0.1)^2}{4}} = 2.55$ ม./ว.

การสูญเสียพลังงานในช่วง 2 ถึงจุด b เท่ากับ 20 เท่าของหัวความเร็วในท่อ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 100 มม. เมื่อเลือกใช้เครื่องสูบน้ำที่มีประสิทธิภาพ 50 % จงหา

ก. กำลังงานกี่มอเตอร์ไฟฟ้าให้เครื่องสูบน้ำ ด้วยอัตราการไหล 20 litre/sec

ข. ความดันที่จุด 1 และจุด 2

วิธีทำ $V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.02}{\frac{\pi(0.15)^2}{4}} = 1.32$ ม./ว.

$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.02}{\frac{\pi(0.1)^2}{4}} = 2.55$ ม./ว.

(ก) สมการพลังงานระหว่างจุด A และ B คือ

$$P_A + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A + H_P = P_B + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B + H_L$$

$P_A = P_B =$ ความดันบรรยากาศ $= 0$

$V_A = V_B = 0$ ระดับน้ำนิ่งไม่ไหล

$P_A = P_B$ = ความดันบรรยากาศ = 0

$V_A = V_B = 0$ ระดับน้ำนิ่งไม่ไหล

$$h = \frac{3V_1^2}{2g} + \frac{20V_2^2}{2g} = \frac{3\times(1.32)^2}{2g} + \frac{20\times(2.55)^2}{2g} = 6.89 \text{ ม.}$$

$$0 + 0 + 106 + H_P = 0 + 0 + 178 + 6.89$$

$$H_P = 38.89 \text{ ม.}$$

กำลังงาน $P = \gamma Q H_P = 9.81 \text{ kN/m } 0.02 \times 38.89 \text{ ม.}$

$= 15.48 \text{ kW}$

กำลังไฟฟ้า $P = \frac{\gamma Q H_P}{\eta} = \frac{15.48}{0.5} = 30.98 \text{ kW}$

(ข) สมการพลังงานระหว่างจุด A และจุด 1 คือ

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + h_{L1}$$

$$0 + 0 + 106 = \frac{P_1}{9.81} + \frac{(1.32)^2}{2\times 9.81} + 100 + \frac{3\times 1.32^2}{(2\times 9.81)}$$

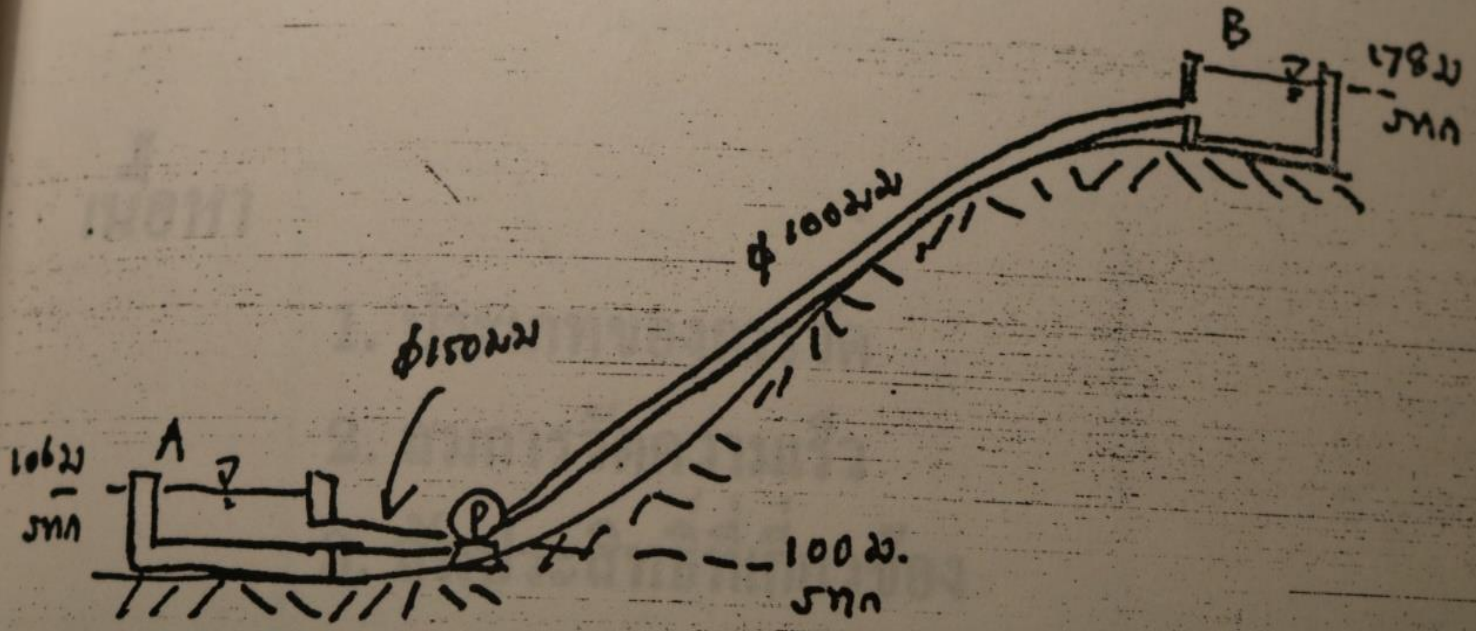
ความดัน $P_1 = 56.38 \text{ kPa}$

สมการพลังงานระหว่างจุด (2) และจุด B คือ

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B + h_{L2}$$

$$\frac{P_2}{9.81} + \frac{(2.55)^2}{2 \times 9.81} + 100 = 0 + 0 + 178 + \frac{20 \times 2.55^2}{2 \times 9.81}$$

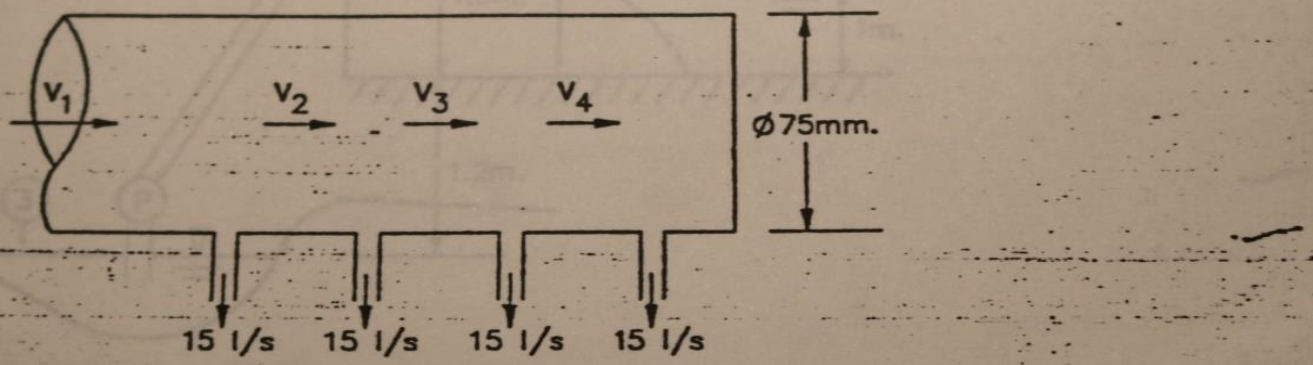
$$P_2 = 826.97 \text{ k Pa}$$



quiz

Homework Hydraulics L 9

1. ท่อขนาดเส้นผ่าศูนย์ 75 มม. เจาะรูไว้ 4 รู โดยให้อัตราการไหลที่ผ่านแต่ละรูเท่ากับ 15 ลิตร/วินาที จงหาความเร็วของน้ำระหว่างรูเปิด



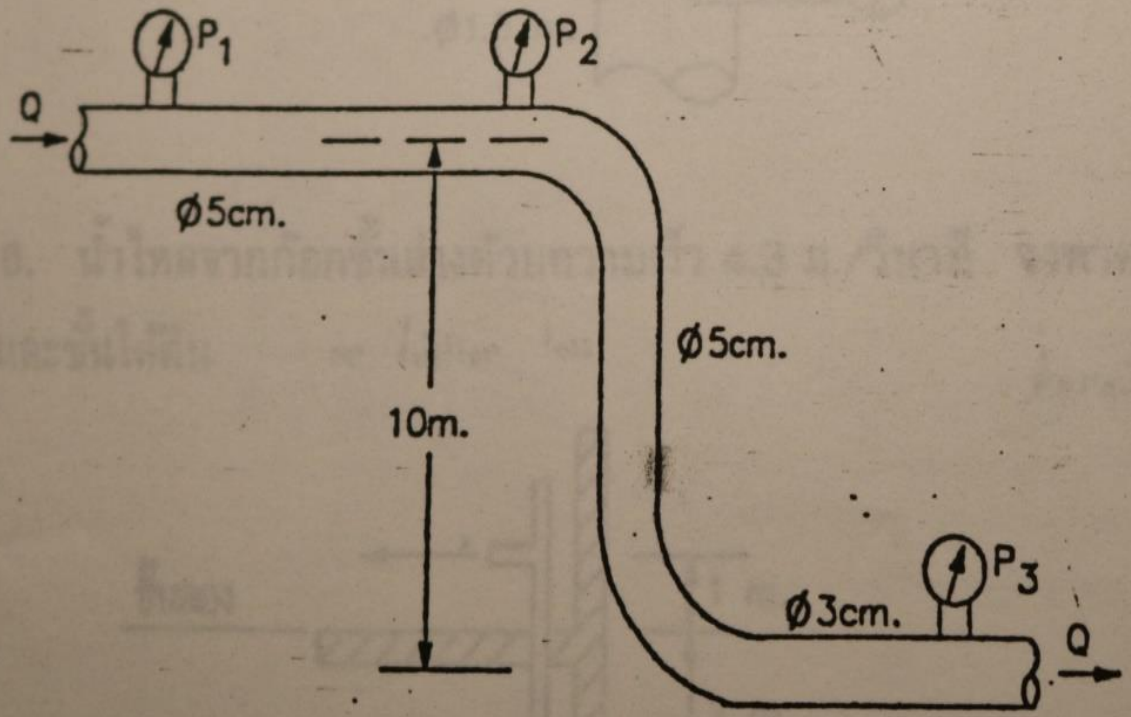
2. ถ้าฟังก์ชันการไหลของของไหลอัดตัวยาก คือ

$$\Psi = Axy$$

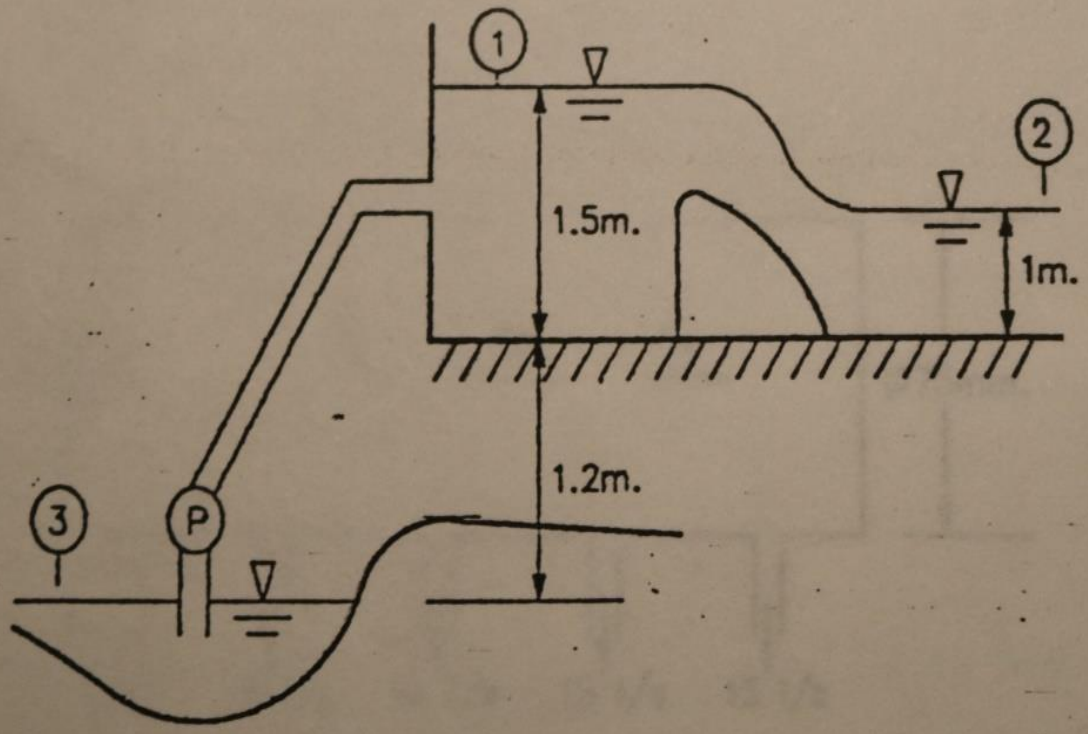
(ก) จงเขียนเส้นแนวการไหลของของไหล 5 เส้น รวมทั้งเส้นที่ $\Psi = 0$ ด้วย

(ข) จงหาความเร็วในสนามการไหล

3. น้ำไหลผ่านท่อด้วยอัตราการไหล 15 l/sec. ถ้าสามารถวัดความดัน P_1 ,P_2 และ P_3 ได้ 12 kPa , 11.5 kPa และ 10.8 kPa ตามลำดับ จงหาพลังงานที่สูญเสีย ระหว่างจุด (1) กับจุด (2) และระหว่าง จุด (1) กับจุด (3)

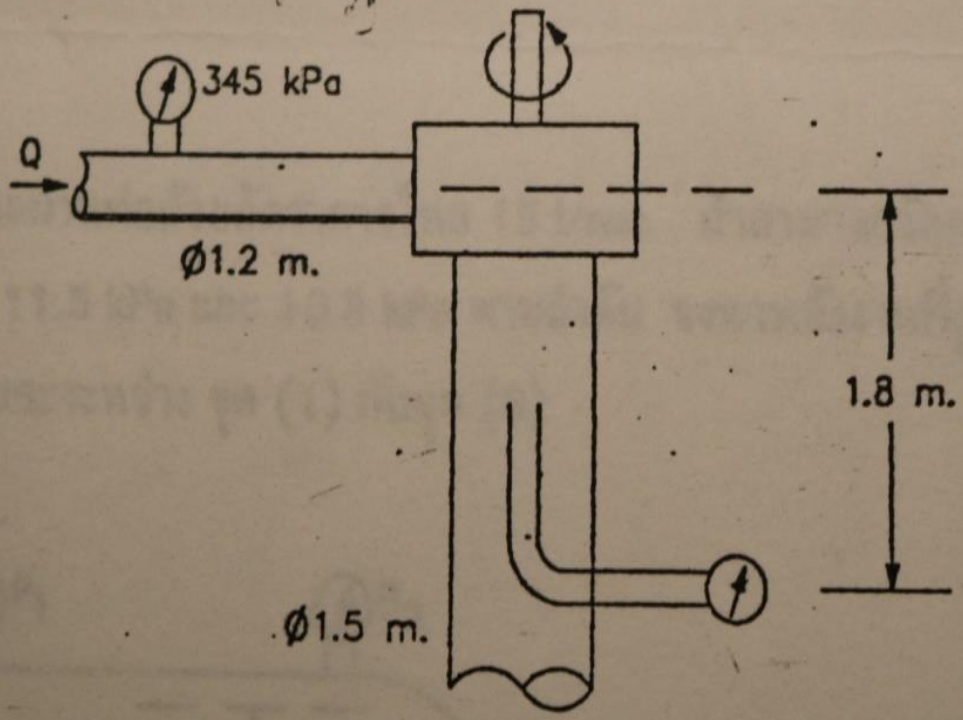


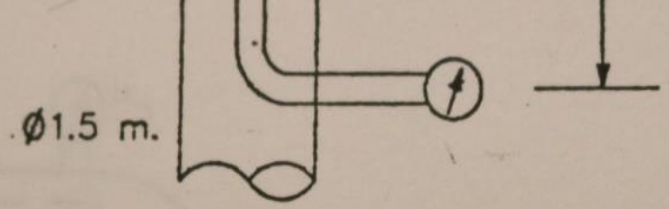
4. เครื่องสูบน้ำแบบหอยโข่ง กำลังสูบน้ำจากอ่างเก็บน้ำเข้าสู่คลองชลประทาน รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 3 ม. โดยควบคุมให้น้ำในคลองชลประทาน มีความลึกดังภาพ จงหากำลังงานที่มอเตอร์ไฟฟ้าให้เครื่องสูบน้ำ ซึ่งมีประสิทธิภาพ 65%



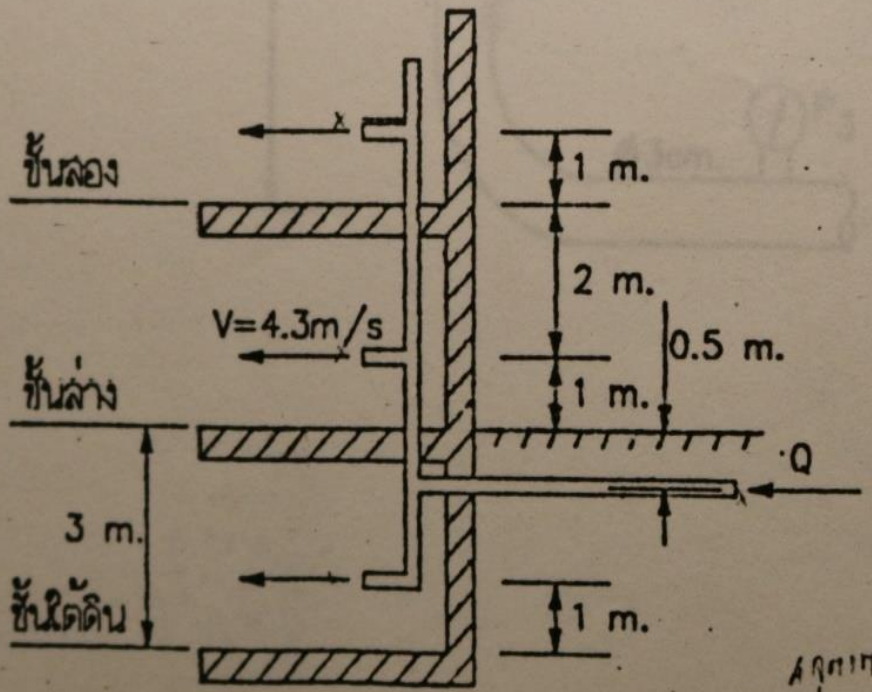
5. เมื่อมีน้ำไหลผ่านกังหันพลังน้ำ ด้วยอัตราการไหล 7 ลบ.ม./วินาที ปรากฏว่า วัดความดันที่

5. เมื่อมีน้ำไหลผ่านกังหันพลังน้ำ ด้วยอัตราการไหล 7 ลบ.ม./ว. ปรากฏว่า วัดความดันที่ท่อทางเข้าได้ 345 kPa และวัดความดันที่ท่อทางออกได้ 250 มม.ปรอท (สูญญากาศ) จงหากำลังที่ได้รับจากกังหันพลังน้ำนี้ โดยกำหนดให้ประสิทธิภาพของกังหันพลังน้ำเท่ากับ 90%





6. น้ำไหลจากก๊อกชั้นล่างด้วยความเร็ว 4.3 ม./วินาที จงหาความเร็วของน้ำจากก๊อกชั้นสอง และชั้นใต้ดิน



Solution Homework Hydraulics L 9

1. $\sum Q = 4x(15/1000) = 0.06 \ m^3/s$

$V = Q/A$

$V_1 = 4x15/1000/(\pi/4x0.075^2) = 13.58 \ m/s$

$V_2 = 3x15/1000/(\pi/4x0.075^2) = 10.18 \ m/s$

$V_3 = 2x15/1000/(\pi/4x0.075^2) = 6.79 \ m/s$

$V_4 = 15/1000/(\pi/4x0.075^2) = 3.39 \ m/s$

2. $\psi = Axy$

ความเร็วในสนาม

2. $\psi = Axy$

ความเร็วในสนาม

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = Ax$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -Ay$$

เส้นที่ x , y = (2,1.25) และ A = 2

$$u = 2 \times 2 = 4$$

$$v = -2 \times 1.25 = -2.5$$

$$\overline{U} = \sqrt{4^2 + (-2.5)^2} = 4.72 \text{ m/s}$$

$$A = 2, 4, 5$$

$$\psi = -10, 0, 10$$

A = 2, 4, 5

ψ = -10, 0, 10

A = 2

-10 = 2xy		x	1	2	3	4	5	6
xy = -5	-10	y	-5	-2.5	-1.6	-1.3	-1	-0.8
		x	0	0	0	0	0	0
	0	y	0	0	0	0	0	0
10 = 2xy		x	1	2	3	4	5	6
xy = 5	10	y	5	2.5	1.6	1.3	1	0.8

A = 4

-10= 4xy		x	1	2	3	4	5	6
xy = -2.5	-10	y	-2.5	-1.25	-0.83	-0.63	-0.5	-0.42
		x	0	0	0	0	0	0
	0	y	0	0	0	0	0	0
10 = 4xy		x	1	2	3	4	5	6
xy = 2.5	10	y	2.5	1.25	0.83	0.63	0.5	0.42

A = 8

-10= 8xy		x	1	2	3	4	5	6
xy =-1.25	-10	y	-1.25	-0.63	-0.42	-0.31	-0.25	-0.21
		x	0	0	0	0	0	0
	0	y	0	0	0	0	0	0
10 = 8xy		x	1	2	3	4	5	6
xy = 1.25	10	y	1.25	0.63	0.42	0.31	0.25	0.21

3.

จากสมการพลังงาน

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_{L\,1\to2} = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + Z_3 + h_{L\,1\to3}$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\pi/4x(5/100)^2} = 509.3Q = 7.63 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{\pi/4x(5/100)^2} = 509.3Q = 7.63 \text{ m/s}$$

$$V_3 = \frac{Q}{A_3} = \frac{Q}{\pi/4x(3/100)^2} = 1014.7Q = 21.22 \text{ m/s}$$

$$\frac{12}{9.8} + \frac{V_1^2}{2g} + 10 = \frac{11.5}{9.8} + \frac{V_2^2}{2g} + 10 + h_{L\,1\to2}$$

$$= \frac{10.3}{9.8} + \frac{V_3^2}{2g} + 0 + h_{L\,1\to3}$$

$$h_{L\,1\to2} = (12-11.8)/9.8 = 0.05 \text{ m}$$

$$h_{L\,1\to3} = -9.76 \text{ m}$$

$h_{L\,1-3}$ = -9.76 m

4.

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

$$0 + \frac{V_1^2}{2g} + 1.5 = 0 + \frac{V_2^2}{2g} + 1.0$$

$$A_1V_1 = A_2V_2 = A_3V_3$$

$$(1.5x3)V_1 = (1.0x3)V_2$$

V_1 = 2.8 m/s

V_2 = 4.2 m/s

Q = (1.5x3) x 2.8 = 12.6 m/s

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_1 = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + H_3 + H_P$$

$$0 + \frac{2.8^2}{2g} + (1.2+1.5) = 0 + 0 + 0 + H_P$$

H_P = 3.1 m

P_W = [illegible]

= 382.79 kW

กำลังงาน = 382.79/η = 382.79/0.85

5.

$Q = 7 \ m^3/s$

$V_1 = Q/A = 7 / \pi/4 s 1.2^2 = 6.19 \ m/s$

$V_2 = Q/A = 7 / \pi/4 s 1.5^2 = 3.96 \ m/s$

$P_2 = S \gamma H = 13.6 \times 9.81 \times (-250/1000)$

$= -33.32 \ kN/m^2$

$H_T = 41.52 \ m.$

กำลังงาน $= \eta \gamma Q H_T = 2566.06 \ kW$

6.

$$\frac{P_1}{} + \frac{V_1^2}{} + Z_1 = \frac{P_2}{} + \frac{V_2^2}{} + Z_2 = \frac{P_b}{} + \frac{V_b^2}{} + Z_b$$

H_T = 41.52 m.

กำลังงาน = $\eta \gamma Q H_T$ = 2566.06 kW

6.

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 = \frac{P_b}{\gamma} + \frac{V_b^2}{2g} + Z_b$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{4.3^2}{2g} + 4 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + 7 = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + 1$$

$\frac{V_1^2}{2g}$ = -7 + 4.94 = -2.06 m น้ำไม่ไหล

$\frac{V_2^2}{2g}$ = 4.94 - 1 = 3.94 m

V_2 = 8.78 m/s