

Hydraulics 1 (2112-346)

Lecture Note (L 4)

Sucharit Koontanakulvong
Water Resources Engineering

ห้อง ๓๓๐๖
January 2017

L 4 Static Forces

- แรงกระทำต่อพื้นที่ผิวเรียบ
- แรงกระทำต่อพื้นที่ผิวโค้ง

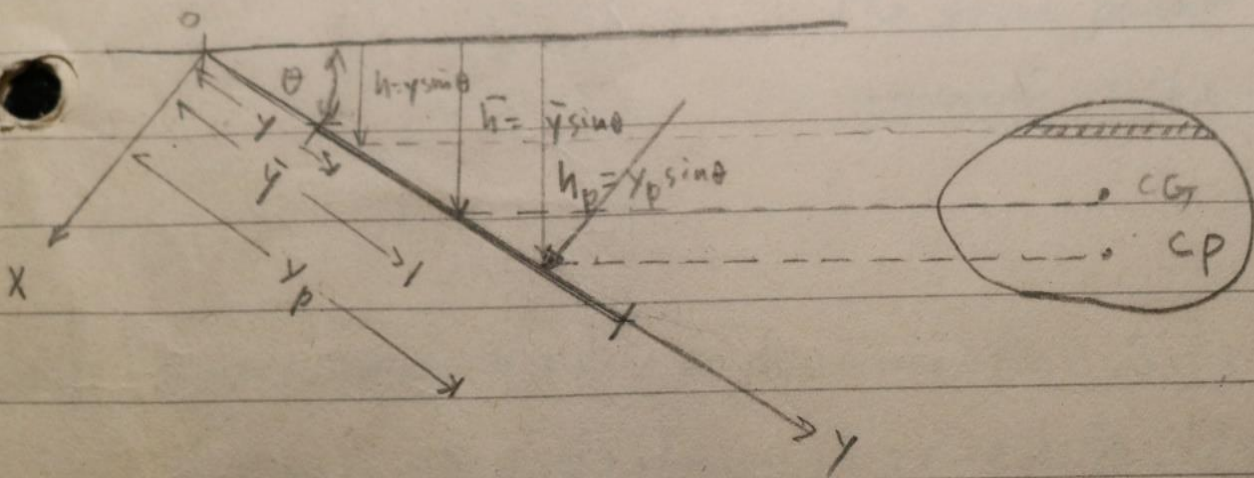
11/12/19, 11/10/20, 11/13/20

Engineers must know - magnitude

- direction

- sense

- location of force exerted by fluid



(A)

$$p = rh$$

$$= \gamma y \sin \theta$$

$$dF = p dA$$

$$F = \gamma \sin \theta \int_A y dA = \gamma \sin \theta \bar{y} A$$

$$F = \gamma \bar{h} A$$

$\bar{h}$ = ความลึกจากผิวหน้าของ
จุดศูนย์กลางมวลถึง
จุดศูนย์กลางความดัน

หาค่าโมเมนต์
ความดัน

หาค่าโมเมนต์

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_g}{A \bar{y}}$$

I_g : moment of inertia of the
about its gravity axis

(B) C P

$$x_p = \bar{x} + \frac{I_{xyc}}{A \bar{y}}$$

I_{xyc} : โมเมนต์ความเฉื่อยร่วม

Derive the moment

$$Y_p = \bar{y} + \frac{I_g}{A\bar{y}}$$

I_g : moment of inertia of the about its gravity axis

(b) C.P

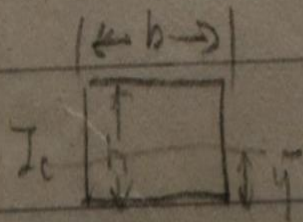
$$X_p = \bar{x} + \frac{I_{xyc}}{\bar{y}A}$$

I_{xyc} : product of inertia
 $= \iint xy da$

M.V. given, I_g

Dim $\bar{y}$ I_g

Rectangular

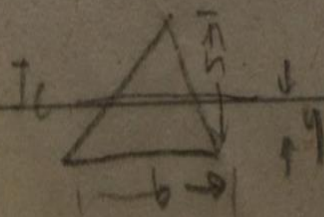


bh

$h/2$

$$I_g = \frac{bh^3}{12}$$

Triangular



$\frac{bh}{2}$

$\frac{h}{3}$

$$I_g = \frac{bh^3}{36}$$

(c)

direction of force

horizontal component = normal force on the vertical projection of the surface

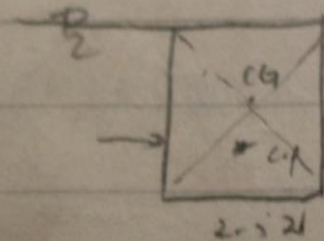
The component acts through the center of pressure,

for the vertical projection

vertical component = weight of the volume of liquid
above the area, real or imaginary

The force passes through the center of
gravity of the volume

EX1 จงหาแรงกด: จงหาแรงกดที่กระทำต่อวัตถุแผ่นเรียบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
 2.5m x 3m. วางในแนวตั้งดังรูป ผิวสัมผัสแนวนอน: สัมผัสกับน้ำ



$$F = \gamma \bar{y} A \sin \theta$$

$$= 9.81 \times \frac{3}{2} \times 2.5 \times \sin 90^\circ$$

$$= 110.36 \text{ kN}$$

วิธีอื่น

$$F = \gamma \sin \theta \int y dA$$

$$= \gamma \sin \theta \int y b dy$$

$$= 9.81 \times \sin 90^\circ \int_0^3 y (2.5) dy$$

$$= 110.36 \text{ kN}$$

$$I_g = \frac{bd^3}{12} = \frac{2.5(3)^3}{12} = 5.63 \text{ m}^4$$

$$y_p = \frac{\int y^2 dA}{\int y dA}$$

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_g}{A \bar{y}} = \frac{3}{2} + \left[\frac{5.63}{(2.5 \times 3) \left(\frac{3}{2} \right)} \right]$$

$$= 2.21$$

$$= \frac{\int y^2 b dy}{\int y b dy}$$

$$= \frac{\int_0^3 y^2 dy}{\int_0^3 y dy} = 2.21$$

Ex 2 ให้มวลของบล็อกที่วางอยู่บนพื้นราบเรียบ โดยที่บล็อกมีมวล

มวลเท่ากับ 4 kg และมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน (coefficient of friction)

เป็น 0.5 ให้หาแรงที่กระทำต่อบล็อก ถ้าแรงที่กระทำมีขนาด 24 kN

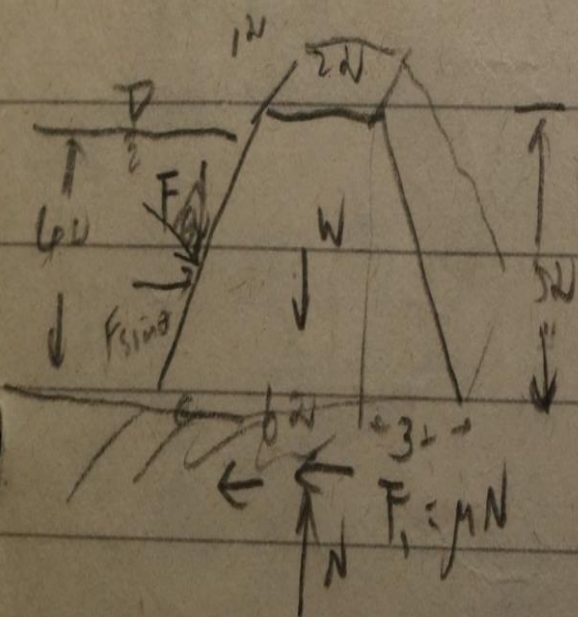
หรือ 24 kN/m³

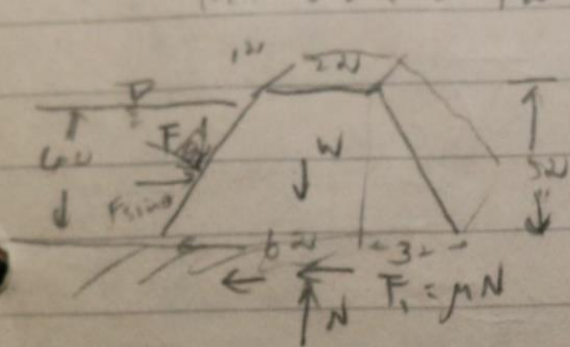
จงหาว่าแรงที่กระทำ 1 (kN)

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{b}{b/2} \right] = 51.3^\circ$$

$$\text{หรือ } F = \gamma h A$$

$$= (9.81 \text{ kN/m}^3) (4 \text{ m}) (4 \text{ m})$$





Worthwhile 1 (2015)

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5}{6}\right) = 51.3^\circ$$

11110000 $F = \gamma h A$

$$= (9.81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}) \left(\frac{4}{2}\right) \left(\frac{4}{\sin 51.3^\circ} \times 1\right)$$

$$= 100.56 \text{ kN}$$

Worthwhile 1 (2015)

$$W = \gamma_c A_c$$

$$= 24 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot \left(\frac{1}{2} (2+6+3) (5) (1)\right)$$

$$= 660 \text{ kN}$$

Σ F_y = 0

$$= W + F \cos \theta$$

$$= 660 \text{ kN} + 100.56 \cos 51.3$$

$$= 722.87 \text{ kN}$$

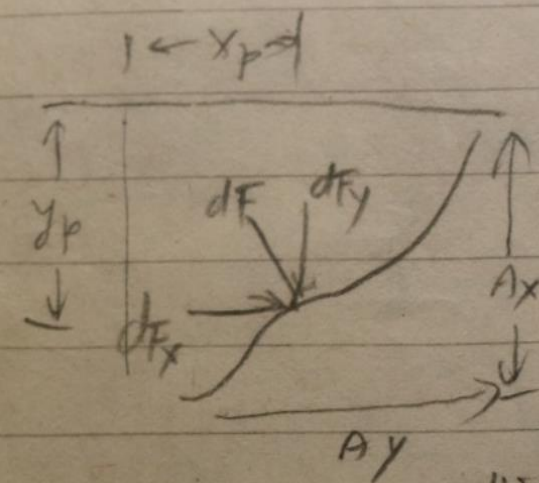
Σ F_x = 0

$$F_f = \mu N = F \sin \theta$$

$$\mu = \frac{F \sin \theta}{N} = \frac{100.56 \text{ kN} \sin 51.3}{722.87 \text{ kN}}$$

$$\mu = 0.109$$

ความดันที่กระทำ : 11 หน่วยของแรงดัน ทำให้งานที่กระทำต่อพื้นที่หน่วยหนึ่งหน่วย
 ไปในทิศทางของพื้นที่นั้น, เมื่อคิดเป็นค่ารวมของพื้นที่ทั้งหมด
 ของแรงดันที่กระทำต่อพื้นที่นั้น ทำให้งานที่กระทำต่อพื้นที่หนึ่งหน่วย
 ด้านแนว x ของแรงดันคือ (F_x) และด้านแนว y คือ (F_y)
 แล้วจึงรวมแรงดันเป็น F



$$dF = p dA$$

$$dF_x = dF \sin \theta = p dA \sin \theta = p dA_y$$

$$\text{ดังนั้น } F_x = \int dF_x = \int_{A_x} p dA_x = p_{cg} A_x$$

$$F_y = \int dF_y = \int_{A_y} p dA_y = \gamma V$$

ดังนั้น

$$y_p = \bar{y} + \frac{I_{\bar{y}}}{A \bar{y}}$$

$$x_p = \frac{\int \int \int_V x dV}{V}$$

3. centroid of the area is the point where the area is balanced

Ex 1. จงหาค่าแรงปฏิกิริยา 3 ม. ที่อยู่ในพื้นที่สามเหลี่ยม 3 ม. หน: 5 kg/m² และ
 2 ม. ที่ 2 ม. 1 ม. 0.5 ม. จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่กระทำ

กรณีนี้ต้องเป็นรูปสามเหลี่ยม

$$\text{15 องศา 4 ม. 3 ม. } F_x = \gamma \bar{y} A_y$$

$$= 981 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{2.12 \text{ m}}{2} \times (3 \times 2.12)$$

$$= 66.14 \text{ kN}$$

$$F_y = \gamma V = 981 \text{ kg/m}^3 \times (0.577 \times 3)$$

$$P = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 68.38 \text{ kN}$$

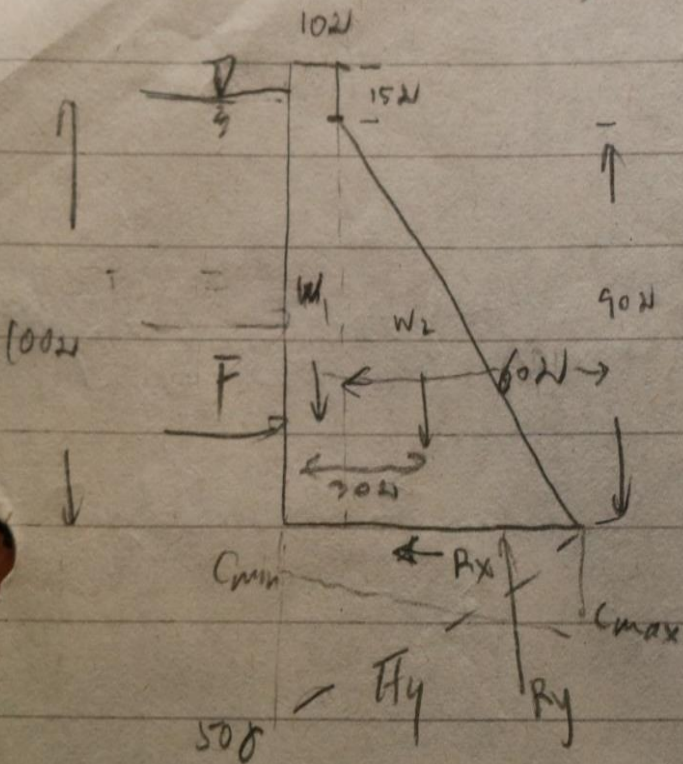
หน่วย

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} = 14.2354.5^\circ$$

~~(10.2)~~

$$AD = 3 \text{ m} \sin 45^\circ = 2.12 \text{ m}$$

150 N: น้ำหนัก 150 N Gravity



แรงดันน้ำ 1 เมตร

- 150 N: น้ำหนัก 150 N Gravity
1. แรงดันน้ำ 1 เมตร (W)
 2. น้ำหนัก 1 เมตร (F)
 3. น้ำหนัก 1 เมตร (Ry)
 4. น้ำหนัก 1 เมตร (Hy)

52 N: น้ำหนัก

1. น้ำหนัก 1 เมตร (F)
2. น้ำหนัก 1 เมตร (Ry)
3. น้ำหนัก 1 เมตร (Hy)
4. น้ำหนัก 1 เมตร (Hy)

น้ำหนัก 1 เมตร (W) 150 N Gravity

$$W_2 = (90 + 15) \times 10 \times 1.2 \times 1.2$$

$$= 2625 \text{ N}$$

1. $W_1 = (90 + 15) \times 10 \times 12 \text{ kN}$

$$W_1 = 2625 \text{ kN}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \times 60 \times 90 \times 1 \text{ kN} = 6750 \text{ kN}$$

2. $H_y = \frac{1}{2} \times 70 \times 50 \text{ kN} = 1750 \text{ kN}$

3. $F = \gamma \cdot h \cdot A = \gamma \times 50 \times 100 = 5000 \gamma$

$$R_y = W_1 + W_2 - H_y = 2625 \text{ kN} + 6750 \text{ kN} - 1750 \text{ kN}$$

$$= 7625 \text{ kN}$$

allow R_y

$$\sum M_o = 0$$

$$R_y \cdot X = F \left(\frac{100}{3} \right) + W_1 \left(\frac{10}{2} \right) + W_2 \left(10 + \frac{60}{3} \right) - H_y \left(\frac{30}{3} \right)$$

$$X = 44.78 \text{ m}$$

$\gamma = \gamma_{\text{middle fluid}}$

$$50 + 10 = 70 \text{ kN/m}^3$$

$$\frac{70}{3} = 23.3 \sim 46.6 \text{ kN/m}^3 \text{ stable}$$

①

min

$$C_{\text{min}} = \frac{7625 \times 9.81}{432.44} =$$

$$172 \text{ N/m}^2$$

outtake
moment

$$C_{\text{max}} =$$

$$11.368 (172) =$$

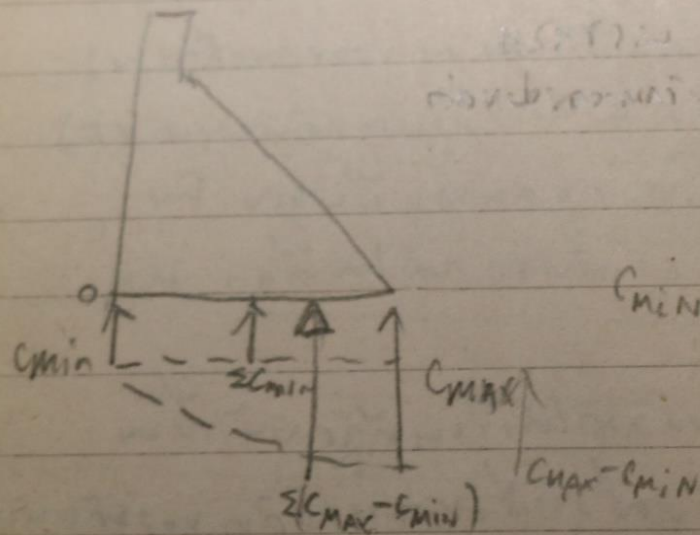
$$1964.38 \text{ N/m}^2$$

$\Rightarrow$

$\sum M_o$

$$b(C_{\text{min}} + C_{\text{max}}) \geq R_y$$

หลักการหา Cmin, Cmax



สมมติฐาน $\frac{1}{2} (C_{max} + C_{min}) \times 70 = R_y$ — (1)

$$\Sigma M_o = 0$$

$$C_{min} \times 70 \times \left(\frac{70}{2}\right) + \frac{1}{2} (C_{max} - C_{min}) \times 70 \times \frac{2}{3} (70) = R_y \times 44.78$$

$$816.67 C_{min} + 1633.33 C_{max} = 44.78 R_y \quad (2)$$

$$\therefore R_y = 7625 \text{ N}$$

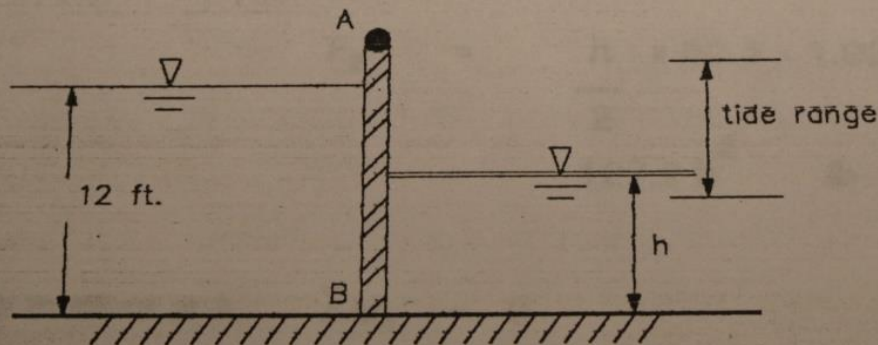
$$\therefore \text{If } C_{min} = \frac{7625 \times 9.81}{432.88} = 172 \text{ N/m}^2$$

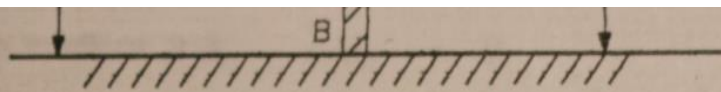
$$C_{max} = 11.366 \times 172 = 1964.38 \text{ N/m}^2$$

quiz

Assignment L 4

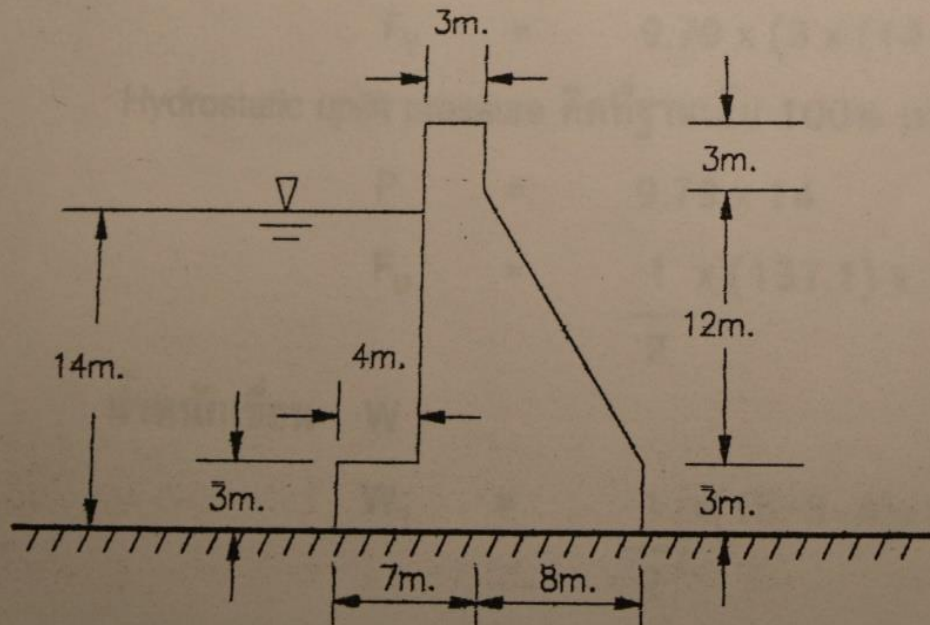
1. In the Figure, Gate AB is 4 ft wide and opens to let fresh water out when ocean tide is filling. The hinge at A is 3 ft above the fresh water surface. At what ocean depth "h" will the gate open? Neglect the gate's weight.
-





2. A concrete dam retaining water is shown in the figure

If the specific weight of concrete is 23.5 kN/m^3 Find the factor of safety against sliding, the factor of safety against overturning, and pressure intensity on the base. Assume there is a hydrostatic uplift that varies uniformly from full hydrostatic head at the heel of the dam to zero at the toe and that the coefficient of friction between dam and foundation soil is 0.65



Solution Assignment Lesson 4

1. ให้หาความลึก h ที่ทำให้ประตูเปิด

$$\begin{aligned} F_1 &= \bar{h} \gamma A \\ &= \frac{12 \times 62.4 \times 12 \times 4}{2} \\ &= 17971 \quad \text{lb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{h \times 62.4 \times 1.025 \times 4 \times h}{2} \\ &= 127.9 h^2 \quad \text{lb} \end{aligned}$$

Take moment at A $\sum M_A = 0$

$$F_1 \times (3+8) = F_2 \times (15 - h/3)$$

$$17971 \times 11 = 127.9 h^2 \times (15 - h/3)$$

$$h = 11.8 \quad \text{ft}$$

$$h = 11.8 \text{ ft}$$

2.

จากสูตร $F = \bar{\gamma} h A$

$$F_x = 9.79 \times \frac{(0+14) \times 14 \times 1}{2} = 959.4 \text{ kN}$$

$$F_y = 9.79 \times (3 \times (14-3)) \times 1 = 323.1 \text{ kN}$$

Hydrostatic uplift pressure คิดที่ฐานเต็ม 100% เท่ากับ

$$P = 9.79 \times 14 = 137.1 \text{ kN/m}^2$$

$$F_u = \frac{1 \times (137.1) \times 15 \times 1}{2} = 1028 \text{ kN}$$

น้ำหนักเขื่อน W

$$W_1 = \frac{1 \times (15-3-4) \times 1 \times 12 \times 23.5}{2} = 1128 \text{ kN}$$

$$W_2 = 4 \times (12+3) \times 23.5 \times 1 = 1410 \text{ kN}$$

$$W_3 = 15 \times 7 \times 23.5 \times 1 = 1058 \text{ kN}$$

น้ำหนักน้ำ

$$F_y = 323.1 \text{ kN}$$

$$\text{รวมน้ำหนักลง} = 3919 \text{ kN}$$

ระยะทางของแรง จากจุด B

$$X_1 = \frac{2 \times (15-3-4)}{3} = 5.333 \text{ m.}$$

$$X_2 = \frac{(15-3-4)}{3} = 10.0 \text{ m.}$$

$$X_3 = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ m.}$$

Take moment รอบจุด B

$$\begin{aligned} \text{แรงลง} &= W_1 X_1 + W_2 X_2 + W_3 X_3 + F_Y X_Y \\ &= 1128 \times 5.333 + 1410 \times 10.0 + 1058 \times 7.5 + 323.1 \times 13.5 \\ &= 32411 \quad \text{kN-m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แรงขึ้น} &= F_U X_U + F_X X_X \\ &= 1028 \times 10 + 959.4 \times (14/3) \\ &= 14760 \quad \text{kN-m} \end{aligned}$$

$$\text{F.S Sliding} = \text{Sliding Resistance} = 0.45 (3919 - 1028)$$

$$\begin{aligned}
 \text{F.S Sliding} &= \frac{\text{Sliding Resistance}}{\text{Sliding Force}} = \frac{0.45 (3919 - 1028)}{959.4} \\
 &= 1.36
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{F.S Overturning} &= \frac{\text{Total Righting Moment}}{\text{Overturning Moment}} = \frac{32411}{14760} \\
 &= 2.20
 \end{aligned}$$

Resultant force

$$\begin{aligned}
 R_x &= F_x = 959.4 \text{ kN} \\
 R_y &= \Sigma V - F_u = 3919 - 1028 \\
 &= 2891 \text{ kN} \\
 R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{959.4^2 + 2891^2} \\
 &= 3046 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

ตำแหน่งของ Resultant force

$$\begin{aligned}
 X R_y &= \Sigma M_B \\
 &= \Sigma M_R - \Sigma M_O \\
 X * 2891 &= 32411 - 14760 \\
 X &= 6.105 \text{ m.}
 \end{aligned}$$

$$\text{Eccentricity} = \frac{15 - 6.105}{2} = 1.395 \text{ m.}$$

เนื่องจาก ค่า Eccentricity น้อยกว่า $1/6$ ของความยาวเขื่อน
และยังกระทำอยู่ใน $2/3$ ของฐานรากเขื่อนอยู่

Pressure intensity : สมมติให้ $C_{\min}$ และ $C_{\max}$ เป็น Pressure intensity ของด้านหน้าเขื่อน
และท้ายเขื่อน จะได้ว่า

$$\frac{1}{2} \times (C_{\min} + C_{\max}) \times 15 = R_y = 2891 \text{ kN}$$

$$C_{\min} \times 15 \times \frac{15}{2} + \frac{1}{2} (C_{\max} - C_{\min}) \times 15 \times 15 \times \frac{1}{3} = R_y \times X = 2891 \times 6.105$$

$$C_{\max} = 300.25 \text{ kN/m}^2$$

$$C_{\min} = 85.32 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{1}{2} \times (C_{\min} + C_{\max}) \times 15 = R_Y \times X = 2891 \times 6.105$$

$$\frac{C_{\min} \times 15 \times 15}{2} + \frac{1}{2} (C_{\max} - C_{\min}) \times 15 \times 15 \times \frac{1}{3} = R_Y \times X = 2891 \times 6.105$$

$$C_{\max} = 300.25 \quad \text{kN/m}^2$$

$$C_{\min} = 85.32 \quad \text{kN/m}^2$$

