Unsteady flow

Sucharit Koontanakulvong

Hydraulics

2017

บทที่ 15 การไหลแบบไม่คงที่ (Unsteady Flow)

บทนี้จะกล่าวถึงการตั้งสมการ Unsteady (กรณีไม่พิจารณาอิทธิพลของ Momentum) การแก้สมการ และการประยุกต์ใช้สมการดังกล่าวในกรณีต่าง ๆ โดยใช้หลักของ Water Balance

เนื้อหา

1. สมการพื้นฐาน
2. วิธีแก้สมการ
3. ตัวอย่างการประยุกต์
4. การศึกษาต่อไป

1. สมการพื้นฐาน

การไหลไม่คงที่ของของไหล หมายถึง การไหลที่พารามิเตอร์ทางชลศาสตร์ เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา เช่น ความลึก ความเร็ว อัตราการไหลที่หน้าตัดใดหน้าตัดหนึ่ง ซึ่งถ้าลักษณะการไหลที่มีการ เปลี่ยนแปลงตามเวลาอย่างต่อเนื่องก็จะสามารถวิเคราะห์สภาพการไหลได้โดยใช้กฎอนุรักษ์ของมวลสาร (Low of mass conservation) (กรณีที่เราจะถือว่าการสูญเสีย Momentum ตามแกนเวลาน้อยมาก จึงไม่นำมาพิจารณา)

สมการพื้นฐานที่พิจารณา ใช้หลักการของ Mass Balance โดยไม่คิด Momentum Loss

"ผลต่างของอัตราการไหลเข้าระบบและอัตราการไหลออกจากระบบในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งมีค่าเท่ากับ การเปลี่ยนแปลงปริมาตรของของไหลในระบบ ในช่วงเวลานั้น ๆ"

Input-Output = change in storage

$$I - Q_o = ds / dt$$

Input-Output = change in storage

$$I - Q_o = ds / dt$$

ณีตัวอย่างจากถังน้ำซึ่งมีพื้นที่ผิว As การเปลี่ยนแปลง storage จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงระดับ

ในถัง

กสมการจะได้ $$I - Q_o = \frac{ds}{dt} = \frac{As\,dh}{dt}$$

ที่ใช้ในการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำ dh (จาก H เป็น H)

$$dt = \int_{0}^{T} \frac{As\,dh}{(I-Q)}$$

คือ

$$T = \int_{H_1}^{H_2} \frac{As \quad dh}{(I-Q)}$$

กสมการจะได้

$$I - Q_o = \frac{ds}{dt} = \frac{As\,dh}{dt}$$

ลาที่ใช้ในการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำ dh (จาก H เป็น H)

$$dt = \int_o^T \frac{As\,dh}{(I-Q)}$$

รือ

$$T = \int_{H_1}^{H_2} \frac{As\ \ dh}{(I-Q)}$$

พิจารณา Input อาจจะเป็นกรณีเท่ากับศูนย์ (คือไม่มีการเติมน้ำ) หรือเป็นค่าคงที่ หรือ ค่าแปรเปลี่ยนตามเวลา

ค่า Output (Q_o) ขึ้นอยู่กับภาชนะหรืออาคารที่ใช้ ส่วน Storage จะเท่ากับพื้นที่ผิวของภาชนะหรืออาคาร x ค่าความลึก

ตัวอย่างเช่น

Input : 0 (ไม่มี Inflow)

constant (มีปั๊มน้ำใส่)

varied by time (มีปั๊มใส่น้ำเป็นเวลา)

Output : อาจเป็นถังเก็บน้ำมีรูระบาย

ฝายน้ำล้น ฯลฯ

Storage : ความจุของถังเก็บน้ำ

หรือ อ่างเก็บน้ำ

2. การแก้สมการ

จากสมการ Mass Balance ในหัวข้อที่แล้ว การแก้สมการอาจจะใช้การแก้สมการได้ 2 วิธี คือ

1. Integration method
2. Arithmatic method

โดยจะขอกล่าวการแก้สมการทั้งสองวิธีโดยสังเขปดังนี้

1. การแก้สมการแบบ Integration

จะใช้ได้กรณีที่สมการเป็นแบบ Continues และสามารถ Integrate ได้ดังนี้

การแก้สมการแบบ Integration

จะใช้ได้กรณีที่สมการเป็นแบบ Continues และสามารถ Integrate ได้ดังนี้

จากสมการ $I - O = \dfrac{ds}{dt} = As\dfrac{dh}{dt}$

$$\int_0^T dt = As\int\frac{dh}{I - O}$$

กรณี $I = 0$

$$\int_0^T dt = As\int\frac{dh}{-O}$$

ถ้าใช้อาคารแบบรูระบายจะได้ $Q_0 = Cd\ Ao\sqrt{2gh}$ แทนค่า

$$\int_0^T dt = As\int_{H_1}^{H_2}\frac{dh}{-Cd\ Ao\sqrt{2gh}}$$

$$T = -\frac{1}{Cd\ Ao\sqrt{2g}}\int_{H_1}^{H_2}h^{-1/2}dh$$

$$= \frac{1}{2\ Cd\ Ao\sqrt{2g}}\left(H_1^{1/2} - H_2^{1/2}\right)$$

$$\int_0 dt = As \int \frac{}{-O}$$

ถ้าใช้อาคารแบบรูระบายจะได้ $Q_0 = Cd\ Ao\sqrt{2gh}$ แทนค่า

$$\int_0^T dt = As\int_{H_1}^{H_2} \frac{dh}{-Cd\ Ao\sqrt{2gh}}$$

$$T = -\frac{1}{Cd\ Ao\sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} h^{-1/2} dh$$

$$= \frac{1}{2\ Cd\ Ao\sqrt{2g}} \left(H_1^{1/2} - H_2^{1/2}\right)$$

กรณี $I \neq 0$

$$\int_0^T dt = As\int \frac{dh}{I - O} = As\int \frac{dh}{Z} \text{ เมื่อ } Z = I - O$$

สมมติให้ $Q_o = KH^{1/2}$

$$Z = I - Kh^{1/2}$$

$$h = \frac{(I - Z)^2}{K^2}$$

$$\frac{dh}{dZ} = -2\,\frac{(I - Z)}{K^2}$$

$$\int_0^T dt = \int_{H_1}^{H_2} \frac{dh}{Z} = \int_{H_1}^{H_2} \frac{1}{Z} = \frac{-2\,(I - Z)\,dZ}{K^2}$$

$$T = \frac{-2As}{K^2}\left[I \ln Z - Z\right]_{H_1}^{H_2}$$

2. การแก้สมการแบบ Arithmatic

จะหมาะกรณีที่มี Input เป็นแบบ batch ไม่ต่อเนื่อง

จากสมการ

$$I - O = \frac{ds}{dt} = As\,\frac{dh}{dt}$$

As

2. การแก้สมการแบบ **Arithmatic**

จะหมาะกรณีที่มี Input เป็นแบบ batch ไม่ต่อเนื่อง

จากสมการ

$$I - O = \frac{ds}{dt} = As\frac{dh}{dt}$$

$$dt = \frac{As}{-Q_0}dh$$

หรือ $t_1 - t_2 = As\frac{\left(h_1 - h_2\right)}{I - \overline{Q}_0}$ ....*

โดยที่ $\overline{Q}_0 = \frac{Q_1 - Q_2}{2}$

$$Q_{01} = Kh_1^{1/2}$$

$$Q_{02} = Kh_2^{1/2}$$

กำหนด t_1 , t_2 , h_1 ให้

ให้หา h_2 โดยการคำนวณซ้ำ

โดย สมมุติ h_2 แล้วแทนค่าในสมการหลัก

เทียบค่า $t_1 - t_2$ ที่คำนวณได้กับค่าที่กำหนดให้

3. ตัวอย่างการประยุกต์ใช้

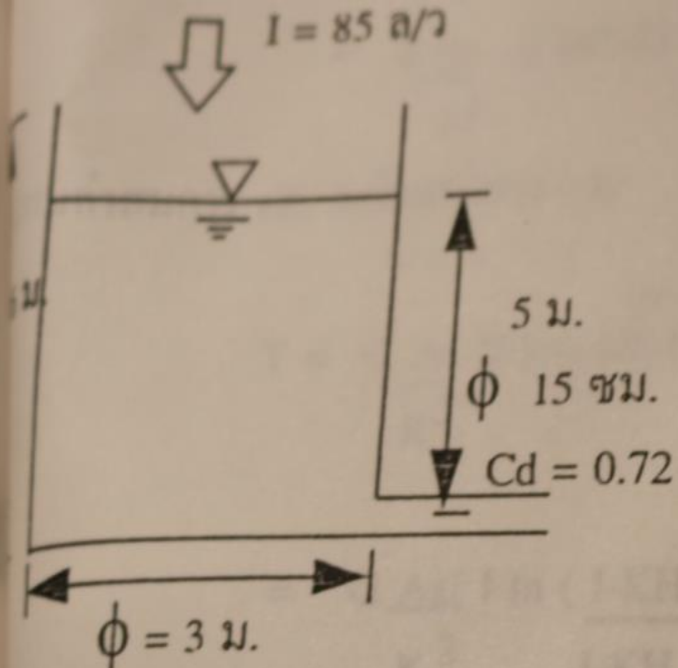
เนื่องจากสมการคำนวณหาค่า Input และ Output แตกต่างกันไปแล้วแต่ลักษณะอาคารที่ใช้ ในการคำนวณหาสมการของแต่ละกรณี จึงได้สมการท้ายสุดแตกต่างไปแล้วแต่อาคารที่จะไปประยุกต์ใช้

3.1 กรณีมีการสูบน้ำใส่ถังใบเดียวจากตัวอย่าง

ถังน้ำรูปทรงกระบอกใบหนึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางภายใน 3 ม. สูง 6 เมตร ด้านล่างมีรูระบายน้ำ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 15 ซม. ซึ่งมีสัมประสิทธิ์การไหล 0.72 ถ้าระดับน้ำเริ่มต้นในถังสูงกว่า จุดศูนย์ กลางของรูระบายรม. และมีการเติมน้ำลงถังด้วยอัตราการไหล 85 ล/ว ขณะเดียวกันก็มีการปล่อย น้ำผ่านรูระบาย จงหาเวลาที่ระดับน้ำในถังลดลงจาก 5 เมตรเป็น 2.5 เมตร ที่เทียบกับจุดศูนย์กลาง ของรูระบาย

วิธีทำ

จากสมการ Mass Balance



$$\frac{ds}{dt} = I-Q_o$$

$$As\frac{dh}{dt} = I-Q_o$$

$$\int_{T_1}^{T_2} dt = \int_{H_1}^{H_2} \frac{As\ dh}{I-Q_o}$$

$$T = \int_{H_1}^{H_2} \frac{As\ dh}{I-Q_o} \qquad \text{.........(1)}$$

ในที่นี้ $I = 0.085$ ม^3/ว $Q_o = Cd\,A_o\sqrt{2gh}$, $As = \frac{\pi}{4}(3)^2 = 7.07$ m

ทอมตัวหารโดยกำหนดให้

$$Z = I-Q = I-CdA_o\sqrt{2gh}\ . \qquad \text{..........(2)}$$

$$= I-Kh^{1/2} \quad \text{เมื่อ } K = CdA\sqrt{2g} = \frac{0.72\,(\pi\ 0.15^2)}{4}\sqrt{2x9.81}$$

$$= 0.0564$$

ในที่นี้ $I = 0.085$ ม³/ว $Q_o = C_d A_o \sqrt{2gh}$, $A_s = \frac{\pi (3)^2}{4} = 7.07$ m

แทนตัวหารโดยกำหนดให้

$$Z = I - Q = I - C_d A_o \sqrt{2gh} \qquad \text{..........(2)}$$

$$= I - Kh^{1/2} \quad \text{เมื่อ } K = C_d A \sqrt{2g} = \frac{0.72 (\pi\, 0.15^2)}{4} \sqrt{2 \times 9.81}$$

$$= 0.0564$$

$$h = \frac{(I-Z)^2}{K^2} \quad \text{เมื่อ } I, K \text{ เป็นค่าคงที่}$$

$$\frac{dh}{dz} = \frac{-2(I-Z)}{K^2}$$

$$dh = \frac{-2(I-Z)dZ}{K^2} \qquad \text{............(3)}$$

นค่าสมการ (3) ลงในสมการ (1) จะได้

$$T = \int_{H_1}^{H_2} \frac{As}{Z} \cdot \frac{-2\,(I-Z)}{K^2}\,dZ$$

$$= -2\,\frac{As}{K^2} \int_{H_1}^{H_2} \left(\frac{I}{Z} - 1\right) dZ$$

$$= -2\,\frac{As}{K^2} \left[I \ln Z - Z\right]_{H_1}^{H_2} \quad \text{....................(4)}$$

ทนค่าสมการ (2) ลงในสมการ (4)

$$T = -2\,\frac{As}{K^2} \left[I \ln(I-kh^{1/2}) - (I-kh^{1/2})\right]_{H_1}^{H_2}$$

$K^{2H_1}Z$

$$= -2\frac{As}{K^2}\,[I\ \ln Z - Z]_{H_1}^{H_2} \quad\text{.....................(4)}$$

แทนค่าสมการ (2) ลงในสมการ (4)

$$T = -2\frac{As}{K^2}\,[I\ \ln(I-kh^{1/2})-(I-kh^{1/2})]_{H1}^{H2}$$

$$= -2\frac{As}{K^2}\left[I\ \ln\left(\frac{I-KH_2^{1/2}}{I-KH_1^{1/2}}\right)+K(\sqrt{H_2}-\sqrt{H_1})\right]$$

แทนค่า

$$= \frac{-2\,(7.07)}{(0.0564)^2}\left[0.085\ \ln\left(\frac{0.085-0.0564(2.5)^{1/2}}{0.085-0.0564(5)^{1/2}}\right)+0.0564/(\sqrt{2.5}-\sqrt{5})\right]$$

$= 1,025.06$ sec

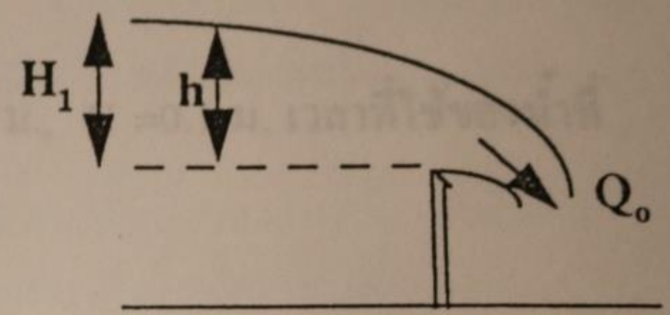
$\approx$ 17 นาที 5.06 วินาที

นั้น ระดับน้ำในถังจะลดลงจาก 5 เมตร เป็น 2.5 เมตร ต้องใช้เวลา 17 นาที 5.06 วินาที

3.2 กรณีไหลผ่านฝายสันคม

การหาเวลาที่น้ำไหลผ่านฝาย จากระดับ H_1 เป็น H_2 หาได้ดังนี้

$$Q_o = \frac{2}{3} Cd\, B \sqrt{2g}\, h^{3/2}$$



ถ้าไม่มีการไหลเข้า $I = 0$

ปริมาณน้ำไหลออก = ปริมาณน้ำที่ลดลง

จะได้ $dQ = - As\, dh$

$$Q_o dt = - As\, dh$$

เมื่อ As : พื้นที่ผิวน้ำ

B : ความกว้างของฝาย

$$dt = - \frac{As}{Q_o} dh$$

$$\int_0^T dt = - \frac{As}{\frac{2}{3} Cd\, B \sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} h^{-3/2} dh$$

$$T = \frac{2As}{\frac{2}{3} Cd\, B \sqrt{2g}} \left[\frac{1}{H_2^{1/2}} - \frac{1}{H_1^{1/2}} \right]$$

3.3 กรณีไหลผ่านฝายสันคมรูปสามเหลี่ยม

สมการ Output ที่พิจารณาจะเปลี่ยนไป

$$Q_o = \frac{8}{15} Cd \sqrt{2g} \tan\left(\theta / 2\right) h^{5/2}$$

กรณีนี้ $$\int_0^T dt = - \frac{As}{\frac{8}{15} Cd \sqrt{2g} \tan\left(\theta / 2\right)} \int_{H_1}^{H_2} h^{-5/2} dh$$

$$T = \frac{2/3\, As}{\left(8/15\right) Cd \sqrt{2g} \tan\left(\theta / 2\right)} \left[\frac{1}{H_2^{1/2}} - \frac{1}{H_1^{1/2}}\right]$$

Ex อ่างเก็บน้ำแห่งหนึ่งมีพื้นที่ผิวน้ำ 2,200 ตร.ม. ติดตั้งฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยมกว้าง 6 เมตร จงหา เวลาที่น้ำล้นข้ามฝายที่ทำให้ระดับน้ำเหนือสันฝายลดลงจาก 20 ซม. เป็น 10 ซม. โดยที่ สปส. อัตรา การไหลของฝายสันคมนี้เท่ากับ 0.62

วิธีทำ

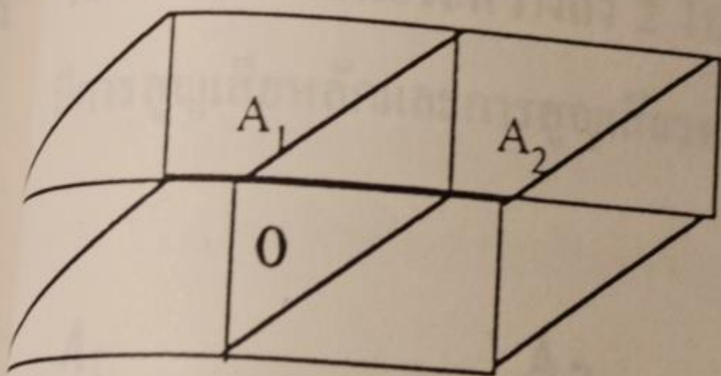
จากโจทย์ As =2,200 ตร.ม., B=6 ม., Cd =0.62, H =0.2 ม., H =0.1 ม. เวลาที่ใช้ของน้ำที่ล้นจากฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยมจาก 0.2 ม. เป็น 0.1 ม.

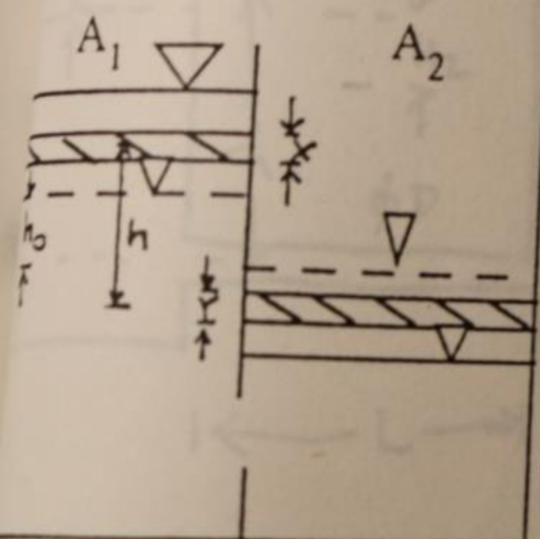
$$T = \frac{2\ As}{(2/3)Cd\ B\sqrt{2g}}\left[\frac{1}{H_2^{1/2}} - \frac{1}{H_1^{1/2}}\right]$$

$$= \frac{2 \times 2200}{(2/3)\times 0.62\times 6\times\sqrt{2\times 9.81}}\left[\frac{1}{(0.1)^{1/2}} - \frac{1}{(0.2)^{1/2}}\right]$$

= 370.99 วินาที = 6 นาที 10.99 วินาที

กรณีไหลผ่านรูระบายแบบจมระหว่างถัง 2 ใบ





ลักษณะการไหลผ่านรูระบายแบบจมระหว่างถัง 2ใบ จะทำให้ระดับของไหลที่มีพื้นที่ผิว A ลดลงในขณะที่ระดับของไหลที่มีพื้นที่ผิว A เพิ่มขึ้น

เมื่อให้

H = ผลต่างของระดับน้ำของไหลที่เวลาเริ่มต้น

h_o = ผลต่างของระดับน้ำเมื่อเวลาผ่านไป t

x = ระดับน้ำของถัง A ที่ลดลง

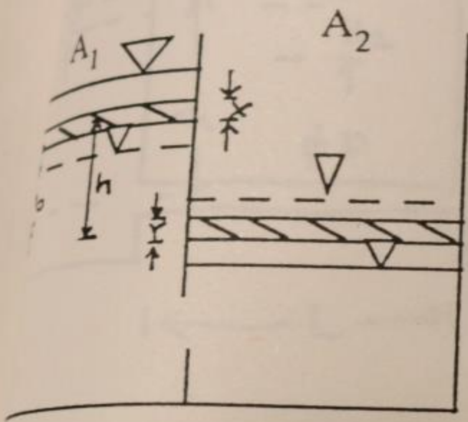
y = ระดับน้ำของถัง A ที่เพิ่มขึ้น

เนื่องจากปริมาตรลดของถัง A = ปริมาตรเพิ่มของถัง A

$$\frac{A_1 x}{dt} = \frac{A_2 y}{dt}$$

$$y = \frac{A_1 x}{A_2} \qquad \text{.............(1)}$$

H_1 = ผลต่างของระดับน้ำของไหลที่เวลาเริ่มต้น



h_o = ผลต่างของระดับน้ำเมื่อเวลาผ่านไป t

x = ระดับน้ำของถัง A ที่ลดลง

y = ระดับน้ำของถัง A ที่เพิ่มขึ้น

เนื่องจากปริมาตรลดของถัง A = ปริมาตรเพิ่มของถัง A

$$\frac{A_1 x}{dt} = \frac{A_2 y}{dt}$$

$$y = \frac{A_1 x}{A_2} \quad \text{.............(1)}$$

$$h = h_o + x + y \quad \text{.............(2)}$$

$$h = h_o + x(1 + A_1/A_2) \;.\; (3)$$

$$dh = dx(1 + A_1/A_2)$$

$$dx = \frac{dh}{(1 + A_1/A_2)} \quad \text{...........(4)}$$

การ Mass Balance $I - Q_o = \frac{ds}{dt} = \frac{A_1\, dx}{dt}$

แทนค่า

$$0 - C_d A_o\sqrt{2gh} = A_1\, dx$$

$$dt = - A_1\, dx$$

Mass Balance $I - Q_o = \frac{ds}{dt} = \frac{A_1\,dx}{dt}$

แทนค่า

$$0 - C_d A_o \sqrt{2gh} = A_1\,dx$$

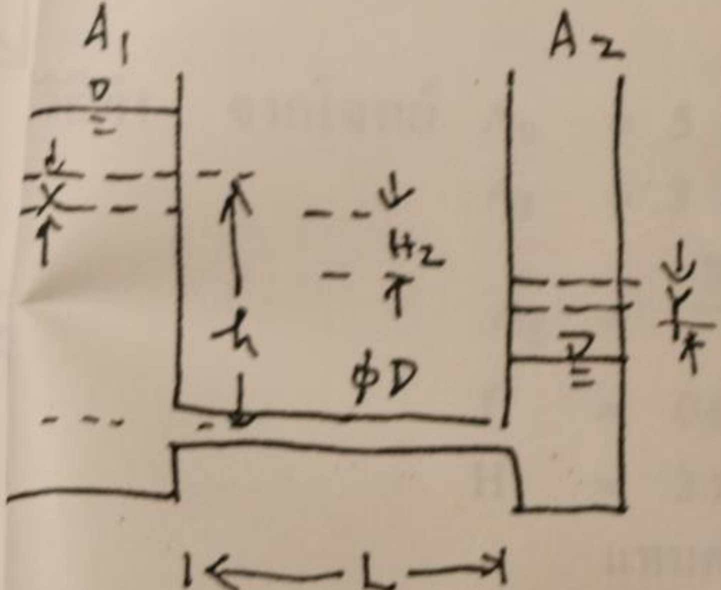
$$dt = \frac{-A_1\,dx}{C_d A_o \sqrt{2gh}}$$

$$\int_0^T dt = -\int_{H_1}^{H_2} \frac{A_1}{C_d A_o \sqrt{2gh}\,(1 + A_1/A_2)}\,dh$$

$$T = \frac{2A_0(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{C_d A\left[1 + A_1/A_2\right]\sqrt{2g}} \ldots\ldots\ldots *$$

.5 การไหลผ่านท่อระหว่างถัง 2 ใบ

ในการไหลผ่านท่อระหว่างถัง 2 ใบ จะมีการ สูญเสียพลังงานเนื่องจากการไหลผ่านถังซึ่งจะมีการสูญเสียหลักและการสูญเสียรองประกอบกัน



ท่อยาง L, เส้นผ่าศูนย์กลาง D, สปส.ความเสียดทาน f

จากหัวข้อที่แล้ว เนื่องจากปริมาตรไม่สูญหาย

$$dx = \frac{dh}{\left[1 + A_1 / A_2\right]}$$

ระดับน้ำแตกต่างกัน h ใด ๆ จะได้

$$h = 0.5 \frac{V^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1.5 + f L / D}}$$

$$Q_o = A_O V$$

$$= \frac{A_O \sqrt{2gh}}{\sqrt{1.5 + f L / D}}$$

จากสมการ Mass Balance

$$Q_o = A_O v$$

$$= \frac{A_O\sqrt{2gh}}{\sqrt{1.5 + fL/D}}$$

จากสมการ Mass Balance

$$I - Q_0 = \frac{ds}{dt} = \frac{As\,dh}{dt} = \frac{A_1\,dx}{dt}$$

$$0 - Q_0 = \frac{A_1 dx}{dt}$$

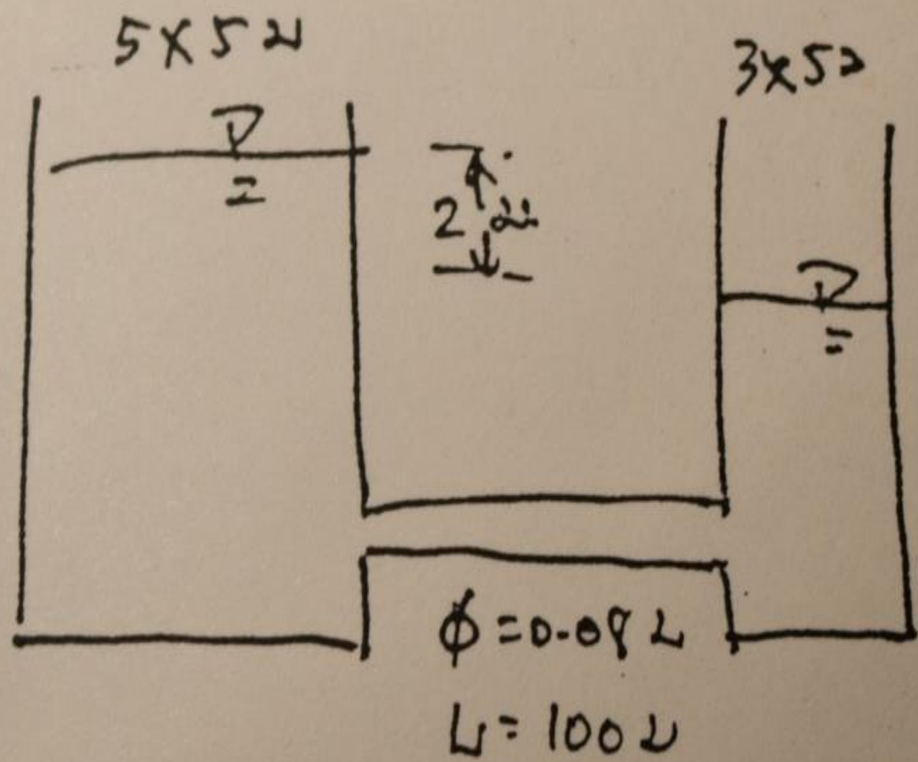
$$dt = -\frac{A_1 dx}{Q_0}$$

$$\int_0^T dt = \int_{H_1}^{H_2} -\frac{A_1 dx}{Q_0}$$

$$= \int_{H_1}^{H_2} \frac{-A_1\sqrt{1.5 + f\frac{L}{D}}\;dh}{A_0\sqrt{2gh}\left(1 + \frac{A_1}{A_2}\right)} = \frac{-A_1\sqrt{1.5 + f\frac{L}{D}}}{A_0\sqrt{2gh}\left(1 + \frac{A_1}{A_2}\right)}\int_{H_1}^{H_2} h^{-1/2} dh$$

$$T = \frac{2A_1A_2\sqrt{1.5 + fL/D}\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}\right)}{A_O 2g\left(A_1 + A_2\right)}$$

Ex ถัง 2 ใบ มีขนาด 5 x 5 ม. และ 3 x 5 ม. ต่อถึงกันด้วยท่อที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 ซม . ยาว 100 ม . ถ้าระดับน้ำในถังทั้งสองต่างกัน 2 ม . จงหาว่า ต้องใช้เวลานานเท่าใด จึงจะทำให้ระดับน้ำในถังทั้งสองเท่ากัน โดยกำหนดให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของท่อเท่ากับ 0.02


5x5 m
3x5 m
2 m
ϕ=0.08 m
L=100 m

วิธีทำ **จากโจทย์** $A_0 = 5 \times 5 = 25$ ตร.ม.

$A_1 = 3 \times 5 = 15$ ตร.ม.

$$A_2 = \frac{\pi(1.08)}{4} = 0.005 \text{ ตร.ม.}$$

$f = 0.02$, $L = 100$ ม. , $D = 0.08$ ม. ,

$H_1 = 2$ ม. , $H_2 = 0$ ม.

แทนค่า

$$T = \frac{2A_1A_2\sqrt{1.5 + f/D}\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}\right)}{A_o\sqrt{2g}\left(A_1 + A_2\right)}$$

$$= \frac{2 \times 25 \times 15\sqrt{1.5 + \dfrac{0.02 \times 100}{0.08}}\left(\sqrt{2} - \sqrt{0}\right)}{0.005\sqrt{2 \times 9.8}\left(25 + 15\right)}$$

$= 6,163.95$ วินาที

$= 1$ ชม. 42 นาที 43.95 วินาที ....*

. การศึกษาต่อไป

ในงานภาคสนาม ถ้าการคำนวณใช้ในการไหลระยะทางยาว เช่น แม่น้ำ หรือคลอง ซึ่งจะต้องใช้เวลาเดินทาง และเกิด Momentum Loss เกิดในระบบสมการ การเคลื่อนที่ของของไหล จะต้องนำมาพิจารณาประกอบ การ Unsteady ที่กล่าวในบทนี้ จะมีข้อจำกัดและจะต้องนำสมการ Momentum อสมการพลังงานมาพิจารณาประกอบ ซึ่งจะเป็นการศึกษาในระดับสูงขึ้นต่อไป

เอกสารอ้างอิง

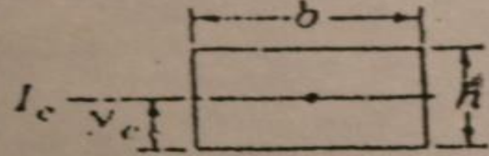
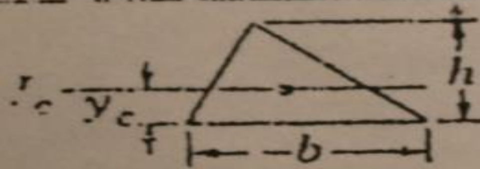
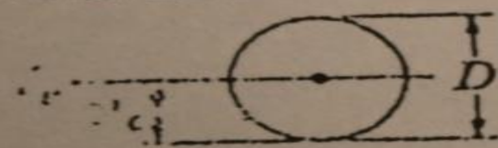
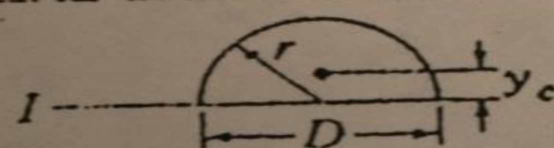
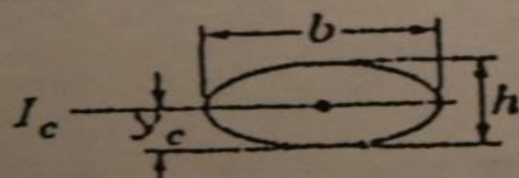
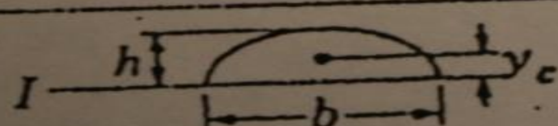
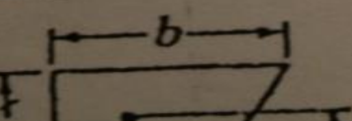
ภาษาอังกฤษ

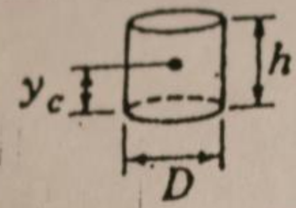
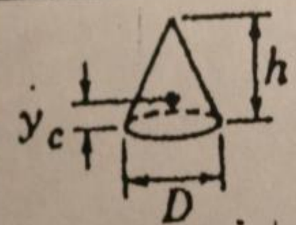
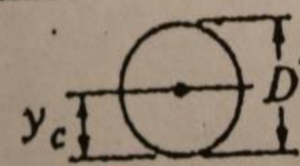
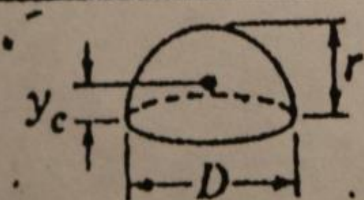
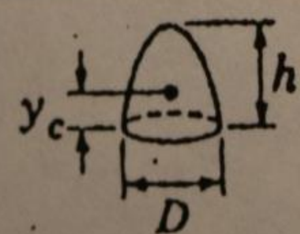
1) Yuan S.W., "Foundations of Fluid Mechanics," Prentice Hall, 1970
2) Ranald V. Giles, "Fluid Mechanics and Hydraulics," 2 ed., Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 1977
3) Irving H. Shames, "Mechanics of Fluids, " 2 ed., McGraw-Hill, 1982

ภาษาไทย

1) วรุณ คุณวาสี, " ไฮดรอลิกส์, " ไทยวัฒนาพานิช, 2529
2) กีรติ ลีวัจนกุล, " ชลศาสตร์, " ซีเอ็ดยูเคชั่น, 2534
3) จักรี จัตุฑะศรี, " ชลศาสตร์, " Library Nine Publishing, 2538

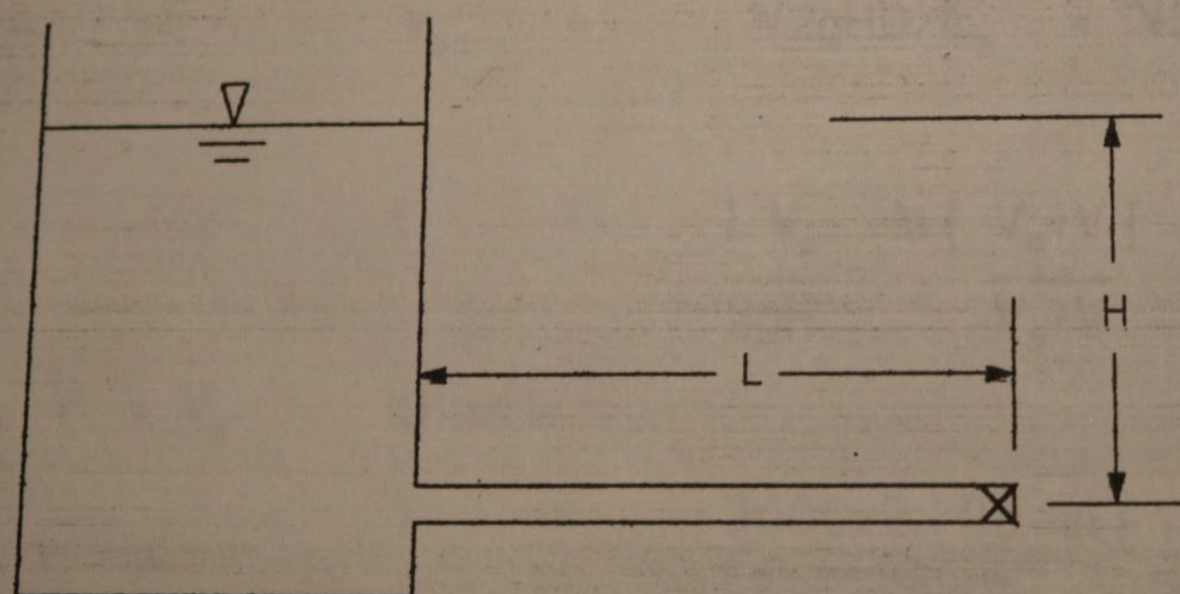
Table A.7 Properties of areas

	Sketch	Area	Location of centroid	I or I_c
Rectangle		bh	$y_c = \frac{h}{2}$	$I_c = \frac{bh^3}{12}$
Triangle		$\frac{bh}{2}$	$y_c = \frac{h}{3}$	$I_c = \frac{bh^3}{36}$
Circle		$\frac{\pi D^2}{4}$	$y_c = \frac{D}{2}$	$I_c = \frac{\pi D^4}{64}$
Semicircle		$\frac{\pi D^2}{8}$	$y_c = \frac{4r}{3\pi}$	$I = \frac{\pi D^4}{128}$
Ellipse		$\frac{\pi bh}{4}$	$y_c = \frac{h}{2}$	$I_c = \frac{\pi bh^3}{64}$
Semiellipse		$\frac{\pi bh}{4}$	$y_c = \frac{4h}{3\pi}$	$I = \frac{\pi bh^3}{16}$
Parabola		$\frac{2bh}{3}$	$x_c = \frac{3b}{8}$	$I = \frac{2bh^3}{7}$

	Sketch	Volume	Center of mass
Cylinder		$\frac{\pi D^2 h}{4}$	$y_c = \frac{h}{2}$
Cone		$\frac{1}{3}\left(\frac{\pi D^2 h}{4}\right)$	$y_c = \frac{h}{4}$
Sphere		$\frac{\pi D^3}{6}$	$y_c = \frac{D}{2}$
Hemisphere		$\frac{\pi D^3}{12}$	$y_c = \frac{3r}{8}$
Paraboloid		$\frac{1}{2}\left(\frac{\pi D^2 h}{4}\right)$	$y_c = \frac{h}{3}$

Homework L 15

1. In the figure, The minor losses are $16V^2/2g$, $f = 0.030$, $L = 3000$ m
$D = 2.4$ m, $H = 20$ m, Determine the time after the sudden openning of the va
attain nine-tenth, the final velocity.



Solution L 15

1.

เฮดเข้า $H = \dfrac{f L_e}{D} \dfrac{V^2}{2g}$

$L_e = L + kD/f = 3000 + 1.6x2/0.03$

(Equivalent length of minor loss) $= 4250 \text{ m}$

$V_o = \sqrt{2gHD/fL_e} = \sqrt{2x9.81x20x2.4/0.03x4250}$

$= 2.706 \text{ m/s}$

$t = \dfrac{L V_o}{2gH} \ln\left[\dfrac{V_o+V}{V_o+V} \right]$

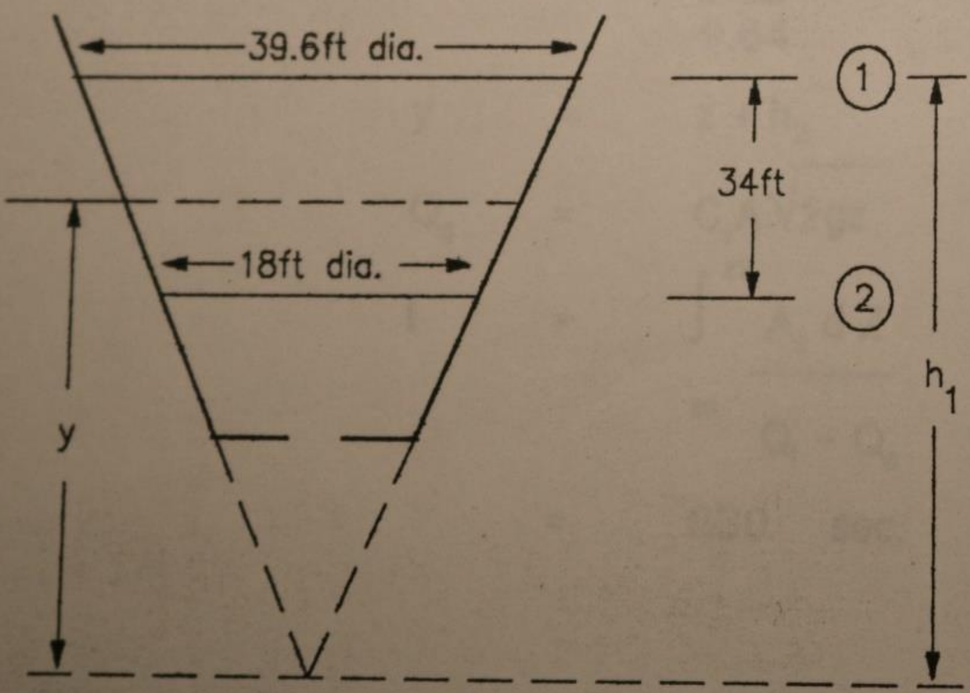
$V = V_o$ แทนค่า

$t = \dfrac{3000x2.708}{2x9.81x20} \ln\left[\dfrac{1.80}{0.60} \right] = 60.985$

2.

2. A tank with the shape of frusture of a core (shown in the figure) with a 1.5 ft^2 orifice in the bottom. Assume $Cd = 0.62$, If the water level outside the tank is constant at section 2 , How long will it take the water level in the tank drop from section 1 to section 2

(Note: Diameter of tank $= k\,y$, and $y = z + h_2$ when z is the variable distance between surface level.



2.

ให้

$$D = k\,y$$

$$k = \frac{139.6 - 18}{34} = 0.635$$

$$A_s = \frac{\pi \; y^2}{9.84}$$

$$y = z + h_2 = z - 28.35$$

$$Q_o = C_v A\sqrt{2gz} = 0.62 \times 1.5\sqrt{2gz}$$

$$t = \int_{zo}^{z2} \frac{A_s \, dZ}{Q_i - Q_o} = \int_{34}^{z2} \frac{(\pi/9.92)(z+28.35)^2 dz \; dz}{-(0.62 \times 1.5\sqrt{2gz}}$$

$$= 830 \quad \text{sec.}$$