Dynamic Forces

Sucharit Koontanakulvong

บทที่ 12 แรงจากการเคลื่อนที่ของของไหล (Momentum and Dynamic Force)

บทนนี้จะกล่าวถึงโมเมนตัมของน้ำอันเป็นแรงที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลง โมเมนตัมขณะที่น้ำเคลื่อนที่ อันอาจจะเกิดจากการออกแรงให้เคลื่อนที่ หรือการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมทำให้เกิดแรงขึ้น

เนื้อหา

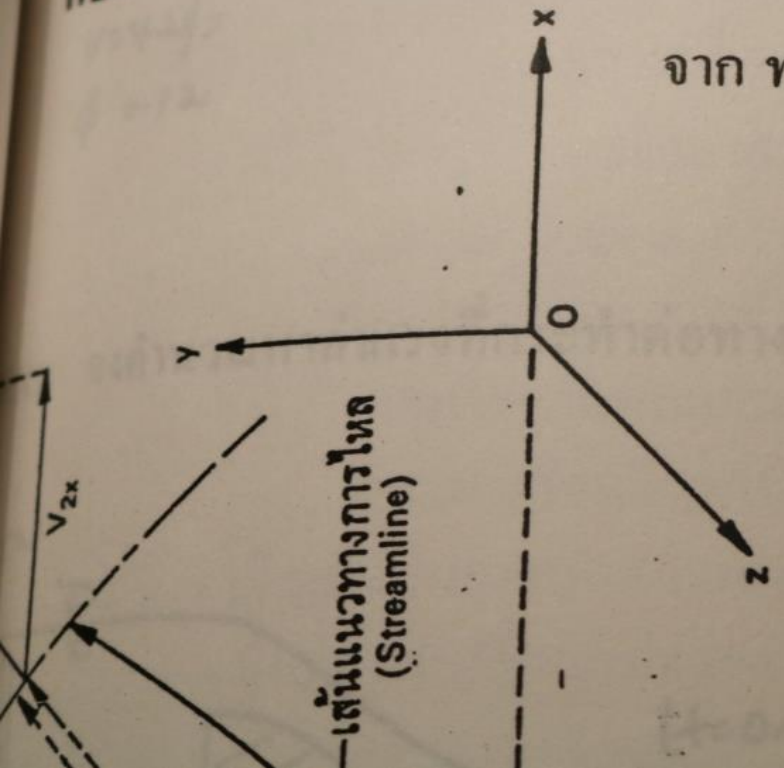
ที่ อันอาจจะเพิ่มหรือลดแรงให้เคลื่อนที่ หรือการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมทำให้เกิดแรงขึ้น

เนื้อหา

1. สมการโมเมนตัม
2. ความกดดันบนวัสดุแผ่นเรียบอยู่กับที่
3. ความกดดันบนวัสดุแผ่นเรียบเคลื่อนที่
4. ความกดดันบนวัสดุแผ่นโค้งหรือใบพัดอยู่กับที่
5. ความกดดันบนวัสดุแผ่นโค้งหรือใบพัดเคลื่อนที่
6. การไหลผ่านใบพัดที่ติดตั้งเป็นวง
7. กำลังดันของเรือ

1. สมการโมเมนตัม

สมการโมเมนตัม เป็นสมการที่ปรับปรุงขึ้นมาเพื่อใช้กับการไหลของน้ำที่สม่ำเสมอตลอดเวลา



จาก ทฤษฎี $\because F = ma$

$$dF_X = dm\,(dV_X / dt)$$
$$= \rho\, dQ\, dt.\,(dV_X / dt)$$
$$= \rho\, dQ\, dV_X$$

เมื่อ dF_X = แรงรวมประกอบในทิศทาง X

dQ = มวลน้ำที่ไหล ในท่อน้ำไหล (มีค่าคงที่กรณี steady)

การไหลจากจุด 1 ถึงจุด 2

จาก ทฤษฎี $\because F = ma$

$$dF_X = dm\,(dV_X / dt)$$
$$= \rho\, dQ\, dt.\,(dV_X / dt)$$
$$= \rho\, dQ\, dV_X$$

เมื่อ dF_X = แรงรวมประกอบในทิศทาง X

dQ = มวลน้ำที่ไหล ในท่อน้ำไหล (มีค่าคงที่กรณี steady)

การไหลจากจุด 1 ถึงจุด 2

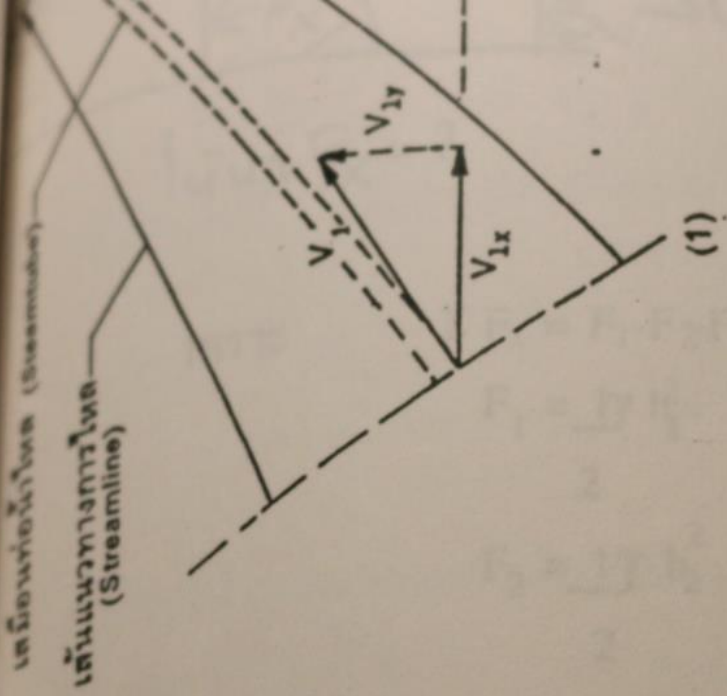
$$dF = \rho\, dQ \int_{V_1}^{V_2} dV_X$$
$$= \rho\, dQ(V_{2X} - V_{1X})$$
$$= \rho_2 V_{2X}\, dQ - \rho_1 V_{1X}\, dQ$$

$$dQ = dQ_1 = dQ_2$$

$$dF_X = \rho_2 V_{2X}\, dQ_2 - \rho_1 V_{1X}\, dQ_1$$

$$\sum F_X = \int \rho_2 V_{2X}\, dQ_2 - \int \rho_1 V_{1X}\, dQ_1$$

เขียนใหม่ $\sum F = \rho_2 V_{2X} Q_2 - \rho_1 V_{1X} Q_1$



$$dF = \rho\, dQ \int_{V_{1x}}^{V_{2x}} dV_x$$

$$= \rho\, dQ(V_{2X} - V_{1X})$$

$$= \rho_2 V_{2X}\, dQ - \rho_1 V_{1X}\, dQ$$

$$dQ = dQ_1 = dQ_2$$

$$dF_X = \rho_2 V_{2X}\, dQ_2 - \rho_1 V_{1X}\, dQ_1$$

$$\sum F_X = \int \rho_2 V_{2X}\, dQ_2 - \int \rho_1 V_{1X}\, dQ_1$$

เขียนใหม่ $\sum F = \rho_2 V_{2X} Q_2 - \rho_1 V_{1X} Q_1$

สรุป

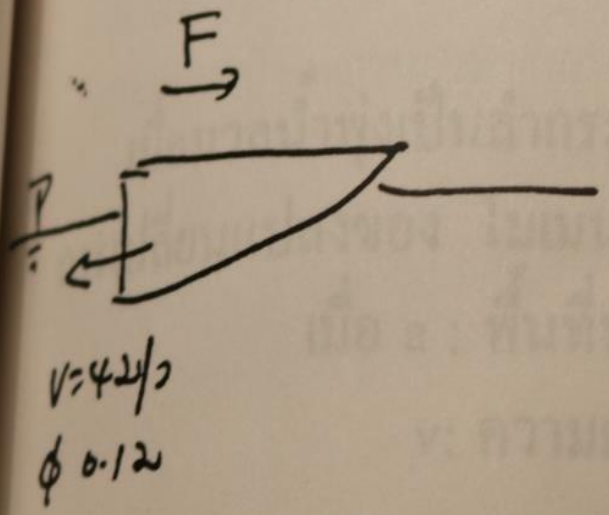
ผลรวมของแรงประกอบภายนอกทั้งหมด = โมเมนตัมออกที่หน้าตัด 2 - โมเมนตัมเข้าที่หน้าตัด 1

แกน Y และ Z ก็เขียนได้ดังนี้ $\sum F_y = \rho_2 V_{2X} Q_2 - \rho_1 V_{1X} Q_1$

$$\sum F_Z = \rho_2 V_{2X} Q_2 - \rho_1 V_{1X} Q_1$$

$\sum F_{(external)}$ = Momentum out of free body - Momentum into free body

x 1 ที่ท้ายเรือลำหนึ่งมีท่อลักษณะแบบท่อฉีดน้ำ เมื่อกำลังขับเคลื่อนของเรือขับน้ำผ่านท่อดัง กล่าวพุ่งออกมาเป็นลำขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 ซม. ด้วยความเร็ว 4 เมตร/วินาที จะทำให้เรือ เคลื่อนที่ไปข้างหน้า จงคำนวณหาแรงที่จะดึงเรือไม่ให้เคลื่อนที่ได้



$$\Sigma F_x = \rho Q_2 V_{2x} - \rho Q_1 V_{1x}$$

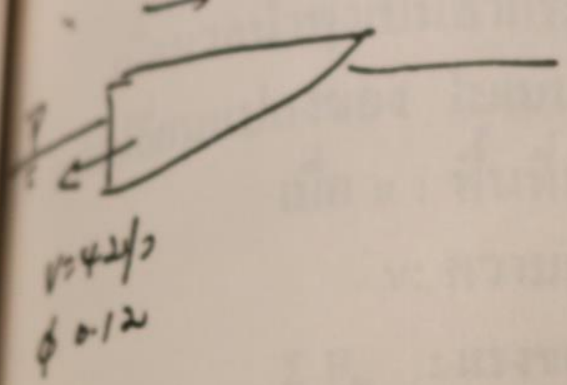
$$V_{1x} = 0$$

$$\Sigma F_x = \rho Q_2 v_{2x}$$

$$= 1{,}000 \frac{\text{กก.}}{\text{ม}^3} \times \frac{\pi}{4} \left(\frac{10}{100}\right)^2 \times 4 \frac{\text{ม.}}{\text{ว}} \times 4 \text{ ม/ว}$$

$$= 125.6 \text{ N}$$

EX2 จงคำนวณหาค่าแรงที่กระทำต่อทางน้ำล้น ดังปรากฏในรูปข้างล่างโดยไม่คิดแรงเสียดทาน



$$\Sigma F_x = \rho Q_2 v_{2x}$$

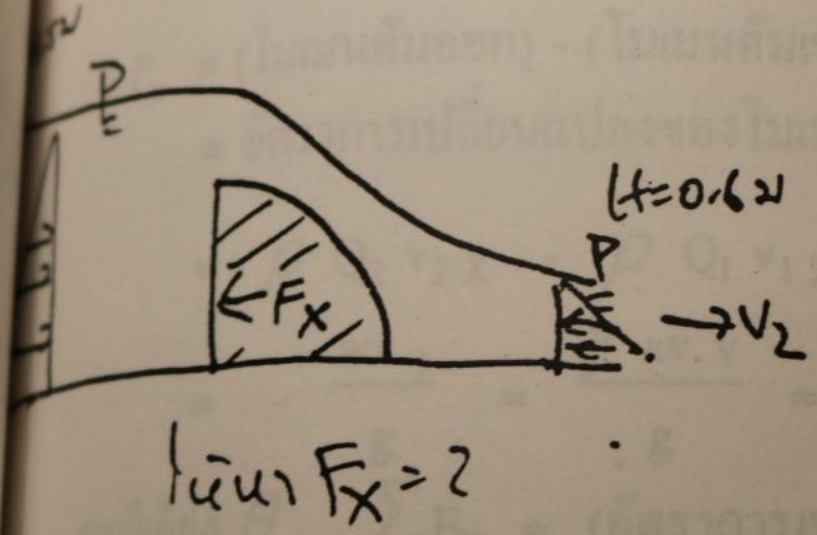
$$= 1{,}000 \frac{\text{กก.}}{\text{ม}^3} \times \pi \left(\frac{10}{100}\right)^2 \times 4 \frac{\text{ม.}}{\text{ว}} \times 4 \text{ ม/ว}$$

$$= 125.6 \text{ N}$$

ขอ จงคำนวณหาค่าแรงที่กระทำต่อทางน้ำล้น ดังปรากฏในรูปข้างล่างโดยไม่คิดแรงเสียดทาน

ก่อนอื่นต้องหาความเร็วจาก

สมการพลังงาน $\frac{v_1^2}{2g} + 1.5 = \frac{v_2^2}{2g} + 0.6$ .....(1)



สมการไหลต่อเนื่อง $v_1 \times 1.5 = v_2 \times 0.6$ .....(2)

$$v_1 = \frac{v_2 \times 0.6}{1.5}$$

จะได้ $v_2 = 4.5$ ม/ว

$v_1 = 1.8$ ม/ว

อัตราการไหลต่อความยาว $q = 2.75$ ลบ.ม/ว/ม

เพราะ $\Sigma F_x = F_1 - F_2 - F_x = q\rho v_2 - q\rho v_1$

ก่อนอื่นต้องหาความเร็วจาก

สมการพลังงาน $\frac{v_1^2}{2g} + 1.5 = \frac{v_2^2}{2g} + 0.6$ .....(1)

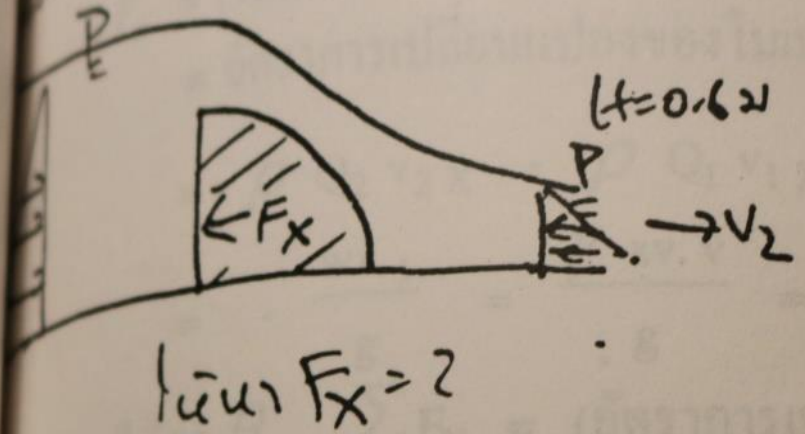
สมการไหลต่อเนื่อง $v_1 \times 1.5 = v_2 \times 0.6$ .....(2)

$$v_1 = v_2 \times \frac{0.6}{1.5}$$

จะได้ $v_2 = 4.5$ ม/ว

$v_1 = 1.8$ ม/ว

อัตราการไหลต่อความยาว $q = 2.75$ ลบ.ม/ว/ม



เพราะ $\Sigma F_x = F_1 - F_2 - F_x = q_2 v_{2x} - q_1 v_{1x}$

$$F_1 = \frac{1}{2}\gamma h_1^2 = \frac{1}{2}(1{,}000 \times 9.81) \times 1.5^2 = 11{,}036.25 \text{ กก./ม}$$

$$F_2 = \frac{1}{2}\gamma h_2^2 = \frac{1}{2}(1{,}000 \times 9.81) \times 0.6^2 = 1{,}765.80 \text{ กก./ม}$$

แทนค่า $11{,}036.25 - 1{,}765.80 - F_x = 1{,}000 \times 2.75 \times 4.5 - 1{,}000 \times 2.75 \times 1.8 = 7{,}425$

$F_x = 1{,}845.45$ นิวตัน/ม ในทิศตรงข้ามกับการไหล

2 ความกดดันบนวัสดุแผ่นเรียบอยู่กับที่

เมื่อมวลน้ำพุ่งเป็นลำกระทบแผ่นเรียบดังรูป แรงที่กระทำจะเข้ากับอัตรา
การเปลี่ยนแปลงของ โมเมนตัมของลำน้ำ

เมื่อ a : พื้นที่หน้าตัดของลำน้ำ ตร.ม.

v: ความเร็วของน้ำ ม / ว

ΣF_N : แรงของลำน้ำที่ตั้งฉากกับแผ่นเรียบ (กก.)

$W = \gamma av$ = น้ำหนักของน้ำที่กระทบแผ่นเรียบต่อวินาที(กก/ว)

เพราะว่าเมื่อมวลน้ำกระทบแผ่นเรียบแล้วมวลน้ำจะเฉออกไปในทิศทางที่ขนานกับแผ่นเรียบ ดังนั้น โมเมนตัมของน้ำในแนวตั้งฉากกับแผ่นเรียบจึงถูกทำลายหมด

$-\Sigma F_N$ = (โมเมนตัมออก) - (โมเมนตัมเข้า)

= อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมต่อวินาที

= $\rho Q_2 v_{2x} - \rho Q_1 v_{1x}$ หรือ $F = \rho Q v_2 - \rho Q v_1 \cos\theta$

ΣF_N : แรงของลำน้ำที่ตั้งฉากกับแผ่นเรียบ (กก.)

$W = \gamma av$ = น้ำหนักของน้ำที่กระทบแผ่นเรียบต่อวินาที(กก/ว)

เพราะว่าเมื่อมวลน้ำกระทบแผ่นเรียบแล้วมวลน้ำจะเฉออกไปในทิศทางที่ขนานกับแผ่นเรียบ ดังนั้น โมเมนตัมของน้ำในแนวตั้งฉากกับแผ่นเรียบจึงถูกทำลายหมด

$\therefore \Sigma F_N$ = (โมเมนตัมออก) - (โมเมนตัมเข้า)

= อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมต่อวินาที

$= \rho Q_2 v_2 x - \rho Q_1 v_1 x$ หรือ $F = \rho Qv = \rho a v^2$

$= -\frac{wv_1}{g} = \frac{\gamma av.v}{.g} = -\frac{\gamma av^2}{g}$ .....*

กรณีเอียง θ $\sum F_N$ = (อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมต่อวินาที) $\sin\theta$

$= \frac{wv \sin\theta}{g}$ หรือ $F = \rho Qv \sin\theta$

$\sum F_N = \gamma av^2 \theta$ .....*

กรณี การคำนวณความกดดันในข้องอ ของท่ออยู่กับที่

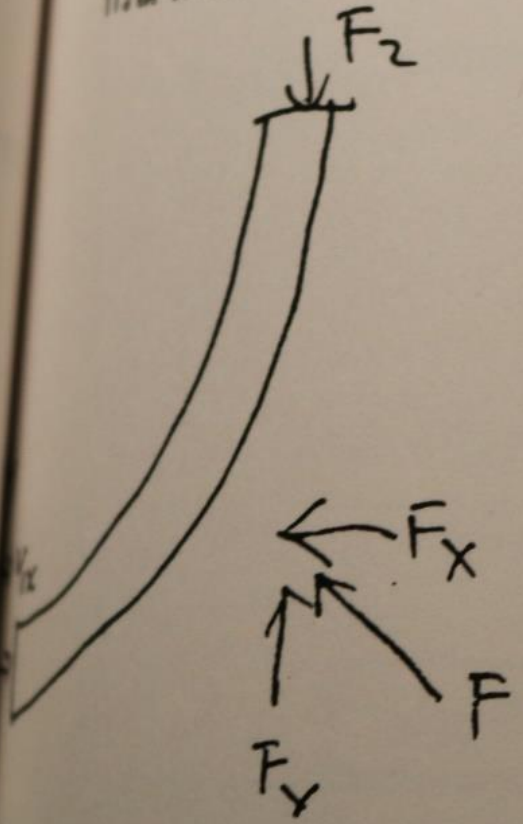
$= \frac{}{g} \cdot g \qquad g$ .....*

กรณีเอียง θ $\sum F_N$ = (อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมต่อวินาที) $\sin\theta$

$$= \frac{wv \sin\theta}{g} \quad \text{หรือ} \quad F = \rho Qv \sin\theta$$

$$\sum F_N = \gamma \, av^2 \theta$$ .....*

กรณี การคำนวณความกดดันในข้องอ ของท่ออยู่กับที่



$$\sum F_X = F_1 - F_X = \rho_2 Q_2 V_{2X} - \rho_1 Q_1 V_{1X}$$

$$\sum F_Y = F_2 - F_Y = \rho Q_2 V_{2Y} - \rho Q_1 V_{1Y}$$

โดยที่ $F_1 = P_1 A_1$

$F_2 = P_2 A_2$

แทนค่า F_1 , F_2 และ v_1 , v_2 ในสมการจะได้ F_X และ F_Y

คำนวณหาแรงรวม $F = \sqrt{F^2_X + F^2_Y}$

มีมุมของแรงเท่ากับ $\theta = \tan^{-1} \frac{F_Y}{F_X}$

ลำน้ำขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 ซม. ไหลพุ่งด้วยความเร็ว 30 ม/ว กระทบเข้ากับวัสดุแผ่นเรียบแผ่นหนึ่ง จงคำนวณหาแรงที่กระทำตั้งฉากกับวัสดุแผ่นเรียบนั้น เมื่อ

ก. ลำน้ำพุ่งตั้งฉาก กับวัสดุแผ่นเรียบ

ข. ลำน้ำทำมุม 60 ° กับวัสดุแผ่นเรียบ

น้ำหนักของน้ำที่กระทบ $w = \gamma\, av$

$$= 1{,}000 \times 9.8 \times \frac{\pi}{4}\left(\frac{10}{100}\right)^2 \times 30 \text{ ม/ว}$$

$$= 2{,}309.07 \text{ N/sec}$$

ก. กรณีกระทบตั้งฉาก

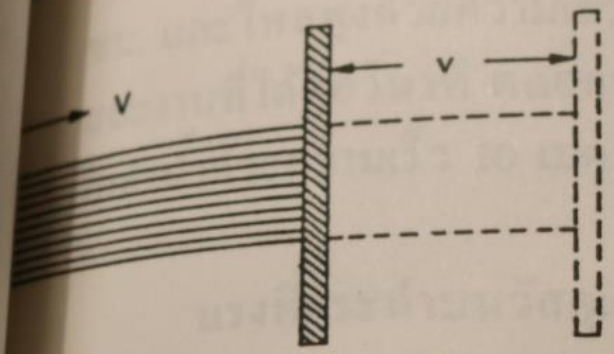
$$\Sigma F_N = \frac{w\, v}{g} = 2{,}309.07 \text{ กก./ว} \times 30 \text{ ม./ว} \times \frac{1}{9.81 \text{ ม}} \text{ ว}^2$$

$$= 7{,}061.4 \text{ N}$$

ข. กรณีกระทบเป็น 60 $\Sigma F_N = (w/g)\, v \sin 60° = 6{,}115.3$ N

ความกดดันบนวัสดุเรียบที่กำลังเคลื่อนที่

ำน้ำไหลพุ่งกระทบวัสดุแผ่นเรียบที่กำลังเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกัน ความเร็วของลำน้ำจะ
ความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างลำน้ำและวัสดุแผ่นเรียบ



v = ความเร็วของวัสดุแผ่นเรียบ

น้ำหนักของน้ำที่กระทบ $= \gamma a(V-v)$

แรงที่กระทบวัสดุแผ่นเรียบ $= (w/g)(V-v)$

$= \gamma a(V-v)(V-v)/g$

$= \gamma a(V-v)^2/g$

$$F = \rho Q (V-v)$$
$$Q = (V-v) Aj$$

ณีที่แผ่นเรียบเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเหมือน ๆ กัน (เช่น ใบพัด , กังหัน)

แรงที่กระทบวัสดุแผ่นเรียบ $F_N = w (V-v)/ g$

หรือ

$F_N = aV(V-v)/g$

งานที่ลำน้ำกระทำต่อวัสดุแผ่นเรียบ

$$W.D. = \frac{\gamma\ aV(V-v) \times v}{g} \quad N\ ม/ว$$

$= (V-v) \times v / g \quad N\ ม/ว$

$= (V-v)v \times v/g$ N ม/ว

พลังงานที่ลำน้ำมี = พลังงานจลน์ของลำน้ำต่อวินาที (K.E.)

$= W\ V^2/2g$ N-ม

$= V^2/2g$ N-ม/กก.

ประสิทธิภาพของวัสดุแผ่นเรียบ (efficeincy) $= \frac{\text{W.D. ต่อ กก.}}{\text{K.E. ต่อ กก.}} = \frac{(V-v)v/g}{V^2/2g}$

$= 2(V-v)v/V^2$

efficeincy สูงสุด โดยการดิปฟีเรินเชียวสมการด้วย v

$$\partial e/\partial v = (2/V^2)\left| (V-v)(dv/dv) + v\, d(V-v)/dv \right|$$

$$= (2/V^2)\left| V-v+v(-1) \right|$$

$$= (2/V^2)\left| V-2v \right|$$

ให้ $\partial e/\partial v = 0$ จะได้ $(2/V^2)\left|V-2v\right| = 0 \qquad v = V/2$

$$\therefore\ e = \frac{2(V-V/2)(V/2)}{V^2} = 1/2$$

ลำน้ำไหลพุ่งกระทบวัสดุแผ่นเรียบซึ่งติดตายกับขอบวงล้อและวางห่างเท่า ๆ กัน จะกระทบตั้งฉากกับวัสดุแผ่นเรียบเหล่านั้น ลำน้ำที่ไหลพุ่งกระทบที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 ซม. และไหลพุ่งด้วยความเร็ว 15 เมตร/วินาที จงหาแรงกระทบบนวัสดุแผ่นเรียบเหล่านั้น และงานที่ได้ต่อวินาที ตลอดจน ประสิทธิภาพเมื่อวัสดุแผ่นเรียบเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกับลำน้ำด้วยความเร็ว 10 เมตร/วินาที

แรงที่กระทำบนวัสดุแผ่นเรียบ $= \gamma\ aV(V-v)/g$

$$= \frac{9.81 \times 1{,}000 \times (\pi/4) \times (10/100)^2\ 15(15-10)}{9.81}$$

$= 176{,}785.69$ N/วินาที .....*

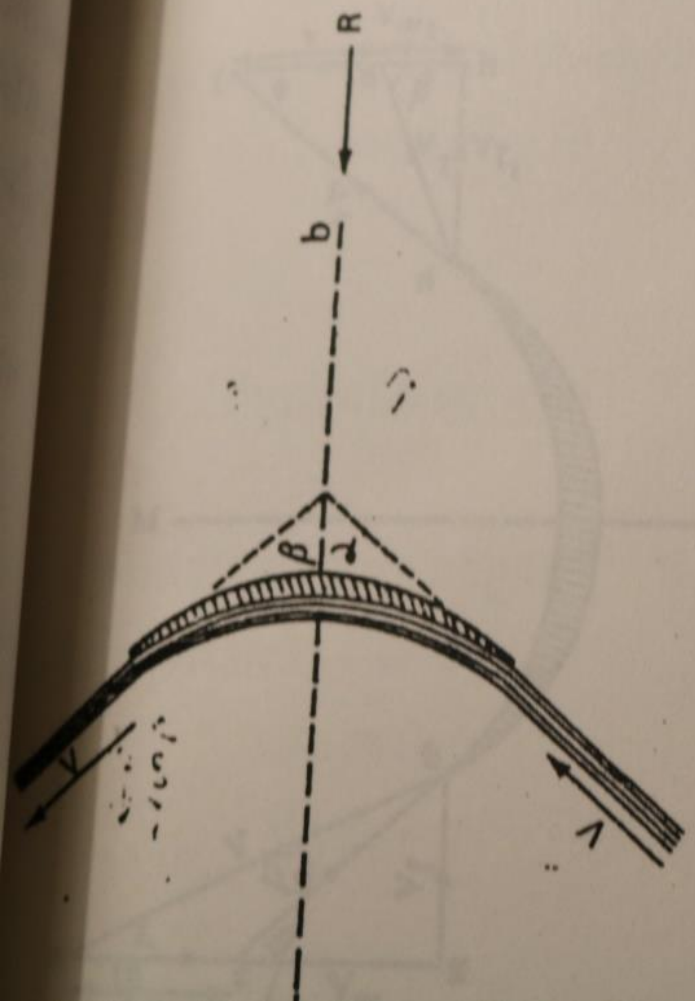
งานที่ทำได้ $= 176.79\ \frac{KN}{sec} \times 10$ ม/ว

$= 1{,}767.9$ KN. ม/ว

effic ncy $= \frac{2(V-v)v}{v^2} = \frac{2\ (15-10)\times 10}{15^2}$

$= 0.44 = 44\%$

ความกดดันบนวัสดุแผ่นโค้งหรือใบพัดที่อยู่กับที่



เมื่อ a-b เป็นเส้นตั้งฉากกับจุดกลางของใบพัดกับเส้น ab และเมื่อลำน้ำพุ่งออกจากใบพัด ลำน้ำ จะทำมุม β กับเส้น a b ดังนั้นจะเห็นว่าใบพัดได้เปลี่ยนทิศทาง ของลำน้ำไปเป็นมุม 180 -(α +β) ความเร็วของลำน้ำไม่เปลี่ยนแปลง เปลี่ยนแต่ทิศทาง

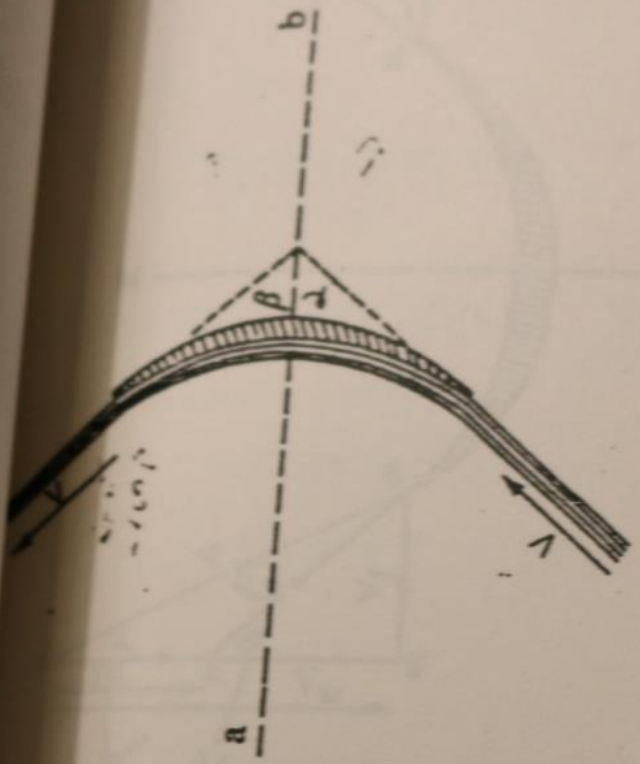
แรงปฏิกริยาที่กระทำในทิศทาง a-b

$$\sum F_x = -R_x = \rho Q(V_2 - V_1)$$

$$= \rho Q(-V\cos\beta - V\cos\alpha)$$

$$= -\rho QV(\cos\beta + \cos\alpha)$$

$$\therefore R = \rho QV(\cos\beta + \cos\alpha)$$



แรงสัมผัส (tangential force)

ทำมุม β กับเส้น a b ดังนั้นจะเห็นว่าใบพัดได้เปลี่ยนทิศทาง ของลำน้ำไปเป็นมุม 180 -(α +β) ความเร็วของลำน้ำไม่เปลี่ยนแปลง เปลี่ยนแต่ทิศทาง

แรงปฏิกริยาที่กระทำในทิศทาง a-b

$$\Sigma F_x = -R_x = \rho Q(V_2 - V_1)$$

$$= \rho Q(-V\cos\beta - V\cos\alpha)$$

$$= -\rho QV(\cos\beta + \cos\alpha)$$

$$\therefore \quad R_x = \rho QV(\cos\beta + \cos\alpha)$$

$$= (w/g)\,V(\cos\beta + \cos\alpha) \quad \text{.....*}$$

$$-R_y = \rho Q(V\sin\beta - V\sin\alpha)$$

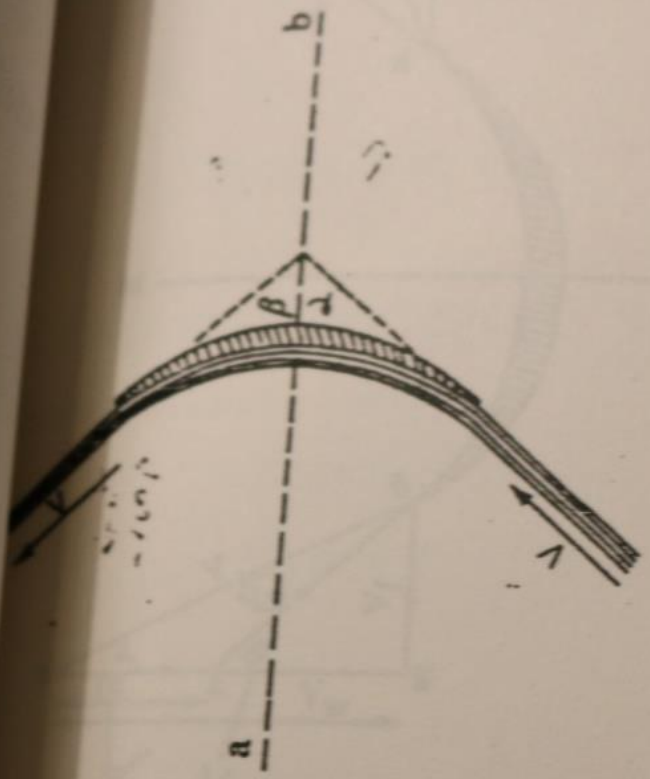
$$R_y = (w/g)(V\sin\alpha - V\sin\beta). \quad \text{.....*}$$

กรณีใบพัดเป็นรูปครึ่งวงกลม $\alpha = \beta = 0^0$ (เช่นวงล้อเพลตัน)

จะได้

$$R_x = (w/g)\,V(\cos 0^0 + \cos 0^0)$$

$$= 2(w/g)\,V$$



แรงสัมผัส (tangential force)

ทำมุม β กับเส้น a b ดังนั้นจะเห็นว่าใบพัดได้เปลี่ยนทิศทาง ของลำน้ำไปเป็นมุม $180 -(\alpha + \beta)$ ความเร็วของลำน้ำไม่เปลี่ยนแปลง เปลี่ยนแต่ทิศทาง

แรงปฏิกริยาที่กระทำในทิศทาง a-b

$$\Sigma F_x = -R_x = \rho Q(V_2 - V_1)$$

$$= \rho Q(-V\cos\beta - V\cos\alpha)$$

$$= -\rho QV(\cos\beta + \cos\alpha)$$

$$\therefore \quad R_x = \rho QV(\cos\beta + \cos\alpha)$$

$$= (w/g)\,V(\cos\beta + \cos\alpha) \quad \text{.....*}$$

$$-R_y = \rho Q(V\sin\beta - V\sin\alpha)$$

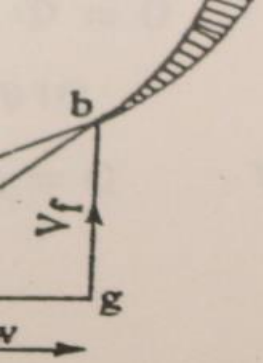
$$R_y = (w/g)(V\sin\alpha - V\sin\beta). \quad \text{.....*}$$

กรณีใบพัดเป็นรูปครึ่งวงกลม $\alpha = \beta = 0^0$ (เช่นวงล้อเพลตัน)

จะได้

$$R_x = (w/g)\,V(\cos 0^0 + \cos 0^0)$$

$$= 2(w/g)\,V$$



แนวทิศที่ไหลเข้าและออก a b และ d f แต่ความเร็วสัมพัทธ์เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนของใบพัดด้วยความเร็ว V

Vw = ความเร็วแห่งการวนที่จุดน้ำไหลเข้าใบพัด (ag)
velocity of wheel

Vw_1 = ความเร็วของการวน ณ จุดน้ำไหลออก (ne)

Vf = ความเร็วของการไหล ที่จุดน้ำไหลเข้าใบพัด (gb)

Vf_1 = ความเร็วของการไหลที่จุดน้ำไหลออกใบพัด (dh)

θ : มุมระหว่างความเร็วสัมพัทธ์ของลำน้ำที่ไหลพุ่งเข้าใบพัด และแนวทางการเคลื่อนที่ของใบพัด ณ จุดไหลเข้า

Φ : มุมระหว่างความเร็วสัมพัทธ์ของลำน้ำที่ไหลพุ่งออกจาก ใบพัดและแนวทางการเคลื่อนที่ของใบพัด ณ จุดไหลออก

เข้าใบพัด และแนวทางการเคลื่อนที่ของใบพัด
ณ จุดไหลเข้า

Φ : มุมระหว่างความเร็วสัมพัทธ์ของลำน้ำที่ไหลพุ่ง
ออกจาก ใบพัดและแนวทางการเคลื่อนที่ของใบ
พัด ณ จุดไหลออก

น้ำไหลพุ่งเข้าและไหลพุ่งออกจากใบพัด โดยไม่เกิดอาการสั่นสะเทือน ปลายใบพัดทั้งสอง
ะ ทำมุม θ และ Φ กับแนวทางการเคลื่อนที่ของใบพัดด้วย

แรงที่กระทำต่อใบพัด $= -[\rho Q(-Vw_1 - Vw)] = \rho Q(Vw_1 + Vw)$

$=(w/g)(Vw_1 + Vw)$

w: น้ำหนักของมวลน้ำที่ไหลผ่านใบพัดต่อวินาที

านที่เกิดจากลำน้ำไหลพุ่งเข้าใบพัด = แรง x ความเร็ว

$= (w/g)(Vw_1 + Vw)x\ v$ .....*

งานที่เกิดจากลำน้ำไหลพุ่งเข้าใบพัดนี้ จะมีค่าเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของลำน้ำไหลพุ่งเข้าและออกจากใบพัดต่อวินาที

งานต่อวินาที $= (1/2)\, mV^2 - (1/2)mV_1^2$

$= (1/2)(W/g)V^2 - (1/2)(W/g)V_1^2$

$= (1/2)(W/g)(V^2 - V_1^2)$

ประสิทธิภาพ (e) $= (1/2)(W/g)(V^2 - V_1^2) / (1/2)(W/g)(V)$

$= 1-(V_1/V^2)^2$

ถ้าต้องการประสิทธิภาพสูงสุด $\partial e/ \partial V_1 = 0$ หรือ $V_1 \to 0$ ได้น้อยที่สุด

ซึ่งหมายความว่า $\Phi = 0$

เนื่องจาก $V_1 = Vw_1 = Vr - v$

ถ้า $\alpha = 0$ $Vr = V-v$, $Vr - v = V-2v = V_1$

$Vr - v = V-2v$

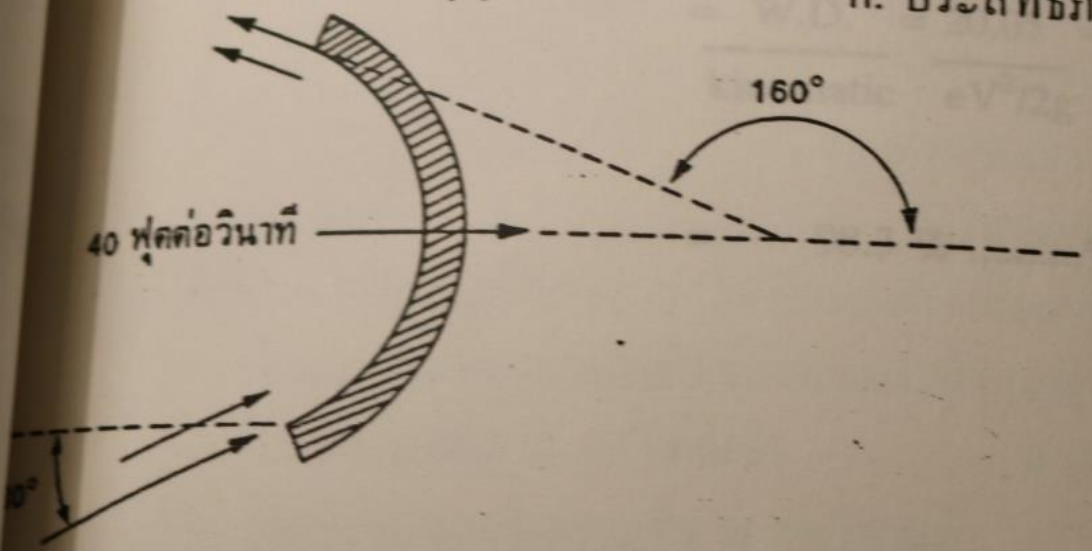
$V_1 = V-2v$

เมื่อ $v = V/2$ จะได้ $V_1 = 0$

กรณีที่ค่าประสิทธิภาพเท่ากับ 1 เมื่อใบพัดจะมีลักษณะเป็นครึ่งทรงกลม

กังหันตัวหนึ่งจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 ม/ว เมื่อมีมวลน้ำไหลผ่านเข้าและออก ทำมุม 30
160° กับทิศทางการเคลื่อนที่ ถ้ามวลน้ำที่ผ่านเข้ามีความเร็วจริง (absolute velocity) เท่ากับ
ม/ว จงคำนวณหา

ก. ค่ามุมที่ปลายกังหัน
ข. งานที่เกิดที่กังหันต่อหนึ่ง N ของน้ำ
ค. ประสิทธิภาพ



จากรูปจะได้

$V = 20$ ม/ว $v = 10$ ม/ว $\alpha = 30°$ $\beta = 20°$

จากรูปจะได้

$V = 20$ ม/ว $v = 10$ ม/ว $\alpha = 30^\circ$ $\beta = 20^\circ$

จากรูปสามเหลี่ยมของความเร็วที่ปากทางไหลเข้ากังหัน

จะได้ $Vw = 20 \cos 30^\circ = 17.32$ m/s,

$Vf = 20 \sin 30^\circ = 10.0$ m/s

$\tan \theta = Vf/(Vw-v) = 10/(17.32-10) = 1.36$

$\theta = 53.80^\circ$

$Vr = Vf/\sin \theta = 10/\sin(53.8^\circ) = 12.4$ m/s

ก. จากรูปสามเหลี่ยมที่ปลายทางออก

$Vr = 12.4$ m/s

$$\tan \beta = \frac{Vr_1 \sin \Phi}{Vr_1 \cos \Phi - v}$$

แทนค่า $$\tan 20^\circ = \frac{12.4 \sin \Phi}{12.4 \cos \Phi - 10}$$

$\tan \Phi = 0.364 - 0.294 / \cos \Phi \rightarrow \Phi = 4^\circ$

$V_1 = Vr_1 \sin 4 / \sin 20^\circ = 12.4 \times 0.0698/0.342 = 2.5$ m/s .....*

ข. งานที่เกิดต่อ 1 N ของน้ำ

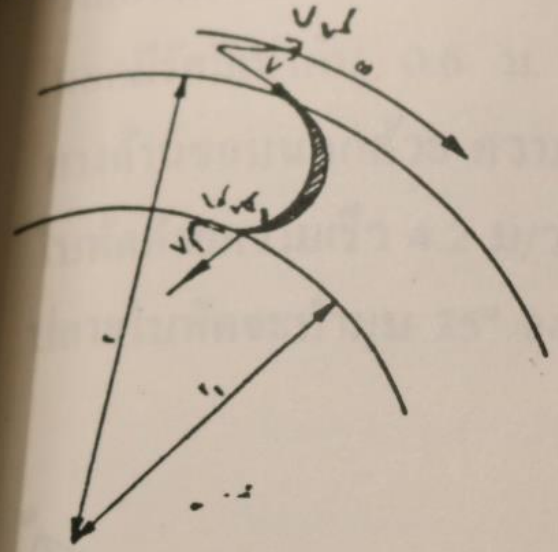
$$W.D. = (1/g)(Vw + Vw_1)v = (1/9.81)(17.32+2.5 \cos 20^0)10$$
$$= 20.05 \text{ KN.m/s} \quad \text{.....*}$$

ค. ประสิทธิภาพ

$$= \frac{\text{W.D.}}{\text{kinematic}} = \frac{20.05}{eV^2/2g} = \frac{20.05}{(20)^2/(2 \times 9.81)} = 0.983$$

$$= \quad 98.3\ \% \text{ .....*}$$

การไหลผ่านใบพัดที่ติดตั้งเป็นวง



พิจารณาที่ใบพัดหนึ่งที่ติดขอบวงล้อ

r = รัศมีของวงล้อที่ขอบน้ำไหลเข้า

r_1 = รัศมีของวงล้อที่ขอบน้ำไหลออก

ω = ความเร็วเชิงมุมของวงล้อ

V = ความเร็วในแนวสัมผัสกับปลายใบพัดที่จุดน้ำไหลเข้า

V_1 = ความเร็วในแนวสัมผัสกับปลายใบพัดที่จุดน้ำไหลออก

กำหนดให้ความเร็วต่าง ๆ ในทิศทางที่วงล้อเคลื่อนไปเป็นบวก

โมเมนตัมในแนวสัมผัสของมวลน้ำที่ไหลพุ่งกระทบใบพัด ณ จุดไหลเข้า $= (W/g)Vw / W$ ต่อมวลน้ำต่อวินาที

Moment ของโมเมนตัม ณ จุดไหลเข้า $= (Vw/g) \times r_1$

โมเมนตัมในแนวสัมผัสของมวลน้ำที่ไหลออกจากใบพัด ณ จุดไหลออก $= (W/g)Vw_1 / W$

Moment ของโมเมนตัม ณ จุดไหลออก $= (Vw_1 /g) \times r_1$

$= (W/g)Vw/W$ ต่อมวลน้ำต่อวินาที

Moment ของโมเมนตัม ณ จุดไหลเข้า $= (Vw/g) \times r_1$

โมเมนตัมในแนวสัมผัสของมวลน้ำที่ไหลออกจาก
ใบพัด ณ จุดไหลออก $= (W/g)Vw_1/W$

Moment ของโมเมนตัม ณ จุดไหลออก $=(Vw_1/g) \times r_1$

การเปลี่ยนแปลงโมเมนต์ของโมเมนตัม $=(Vw/g)r - (Vw_1/g)r_1$

$=$ แรงบิดบนวงล้อ .....*

งานที่เกิดเนื่องจากแรงบิดดังกล่าว (ต่อมวลน้ำและต่อวินาที)

$$W.D. = [(Vw/g)r - (Vw_1/g)r]\,\omega$$

$V = \omega r$, $V_1 = \omega r_1$ $W.D. = (Vw/g)v - (Vw_1/g)V_1$

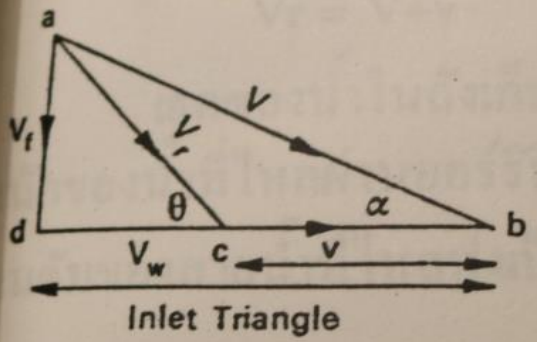
ถ้ามวลน้ำไหลออกจากใบพัดในทิศสวนทางกับวงล้อที่หมุน
Vw จะมีเครื่องหมายเป็นลบ

$$W.D. = (Vw/g)v + (Vw_1/g)V_1 \quad .....*$$

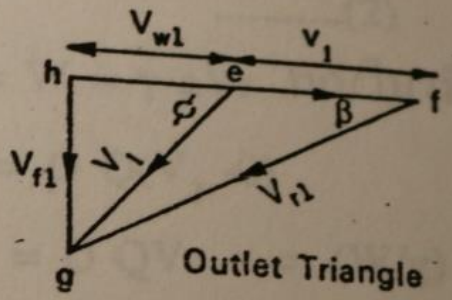
สมการนี้มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อปัญหาที่เกี่ยวกับกังหันน้ำหรือเทอร์ไบ

วงล้อวงหนึ่งมีใบพัดจำนวนหนึ่งติดตั้งอยู่ที่ขอบด้วยระยะห่างที่เท่า ๆ กัน สำหรับขอบนอกมีรัศมีเท่ากับ 0.6 ม. และขอบในมีรัศมีเท่ากับ 0.3 ม. ถ้ามีมวลน้ำไหลเข้าสู่ใบพัดทางด้านขอบนอกด้วย ความเร็ว 30 ม/ว โดยทำมุม 30° กับเส้นสัมผัส และไหลออกจากใบพัดด้วยความเร็ว 4.2 ม/ว ณ จุดไหลเข้า ปลายใบพัดจะทำมุม 40° และ ณ จุดไหลออกปลายใบพัดจะทำมุม 35° จงคำนวณหา ก. ความเร็วของวงล้อ

ข. งานที่เกิดขึ้นต่อ 1 N ของมวลน้ำที่ไหลเข้าสู่วงล้อค่าประสิทธิภาพของวงล้อ



Inlet Triangle



Outlet Triangle

Inlet Triangle

ย์กำหนดให้ $V = 30$ ม/ว $Vr_1 = 4.2$ ม/ว $r = 0.6$ ม. $r_1 = 0.3$ ม.

$\alpha = 30°$ $\beta = 35°$ $\theta = 40°$

พิจารณาการปสามเหลี่ยมของความเร็ว ณ จุดไหลเข้า

ทย์กำหนดให้ $V = 30$ ม/ว $Vr_1 = 4.2$ ม/ว $r = 0.6$ ม. $r_1 = 0.3$ ม.

$\alpha = 30°$ $\beta = 35°$ $\theta = 40°$

พิจารณารูปสามเหลี่ยมของความเร็ว ณ จุดไหลเข้า

$= V \sin\alpha = 30 \sin 30° = 15$ ม/ว

$= V \cos\alpha = 30 \cos 30° = 26$ ม/ว

$= V_f \cot\theta = 15 \times \cot 40° = 17.88$ ม/ว

$= Vw\text{-}dc = 26\text{-}17.88 = 8.12$ ม/ว

$= \omega r$

$= v/r = 8.12 / 0.6 = 13.5$ radian/sec 1 รอบ $= 2\pi$ radian/sec

มเร็ววงรอบ $= 13.5 \times 60 / (2\pi) = 12{,}898$ รอบ/นาที

$v = \omega r$

$v = \omega r_1$ $v_1 / v = r_1 / r$ $\therefore v_1 = v r_1 / r = (0.12 \times 0.3)/ 6 = 4.06$ m/s

พิจารณารูปสามเหลี่ยมของความเร็ว ณ จุด ไหลออก

$h_f = Vr_1 \cot\beta = 4.2 \cot 35° = 6.0$ m/s

$Vw_1 = hf - v_1 = 6.0\text{-}4.06 = 1.94$ m/s -> เครื่องหมายลบ

ที่เกิด W.D. $= (Vw/g)v - (Vw_1/g) v_1 = (26 \times 8.12)/9.81 - [(-1.94) \times 4.06]/ 9.81$

$= 22.32$ kN.m

efficeincy

$W.D. / (V^2/2g) = (22.32)/[30^2 /(2 \times 9.81)] = 0.486$ -> 48.6%

ดำลังดันของเรือโดยอาศัยสายน้ำที่ไหลพุ่งเป็นลำ

รบเคลื่อนของเรือไปบนผิวน้ำนั้น อาจจะอาศัยปฏิกริยาของสายน้ำที่ไหลพุ่งเป็นลำที่ท้ายเรือ
ที่โดยวิธีการเปลี่ยนเฮดความดันไปเป็นเฮดความเร็วนั่นเอง เฮดความดันที่กล่าวถึงจะได้จาก
ำ เข้าไปค้างไว้ในถังเก็บน้ำบนเรือด้วยความเร็วสูง

เมื่อ v = ความเร็วของเรือ (เมตร/วินาที)

V= ความเร็วสมบูรณ์ของสายน้ำที่ไหลพุ่งเป็นลำ (เมตร/วินาที)

Vr= ความเร็วสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของสายน้ำที่พุ่งเป็นลำและความเร็วของเรือ

$$Vr = V+v \qquad \text{.....(1)}$$

เฮดของน้ำในถังเก็บน้ำ $= V^2 r/(2g)$ .....(2)

น้ำหนักของน้ำที่ไหลผ่านออร์ริฟิสหน้าตัด a ตรม.= $W = \gamma\, aVr$ กก/วินาที

มเมนตัมของสายน้ำที่ไหลพุ่งเป็นลำ $= \rho\, Q(V_2 - 0)$

$= \rho\, QV = (W/g)\, V$

แรงที่ดันเรือ = (W/g)V กก

เฮดของน้ำในถังเก็บน้ำ $= V^2 r/(2g)$ .....(2)

น้ำหนักของน้ำที่ไหลผ่านออร์ริฟิสหน้าตัด a ตรม.$= W = \gamma\, aVr$ กก/วินาที

โมเมนตัมของสายน้ำที่ไหลพุ่งเป็นลำ $= \rho\, Q(V_2 - 0)$

$= \rho\, QV = (W/g)\, V$

แรงที่ดันเรือ $= (W/g)V$ กก.

งานที่เกิดเมื่อเรือเคลื่อนที่ v ม/วินาที $=$ $(W/g)v$ กก.ม./วินาที .....(3)

แทนค่า V จากสมการ (1) ลงในสมการ(3)

จะได้ $W.D. = (W/g)(Vr-v) \times v$

จากสมการ (2) พลังงาน K.E. ต่อมวล $W = W.\, v^2\, r\, /(2g)$

ประสิทธิภาพ $e = \dfrac{\text{งานที่เกิด}}{\text{งานที่ให้}} = \dfrac{w/g\,(Vr-v) \times v}{g \quad w.\, v^2\, r \,/\, 2g} = 2(Vr-v)v\,/vr^2$ ....(4)

ประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อ $de/dV = Vr-2v = 0$

จะได้ $v = Vr/2$

$e = 50\%$

เรือลำหนึ่งขับเคลื่อนด้วยแรงดันของสายน้ำที่ไหลพุ่งเป็นลำด้วยความเร็ว 10 ม / ว เมื่อเทียบกับความเร็วของเรือ ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 18 กม./ชม. ถ้าพื้นที่หน้าตัดของสายน้ำที่ไหลพุ่งเป็นลำเท่ากับ 150 ตร.ซม.

จงคำนวณหาค่าแรงม้าสำหรับปั๊มที่ใช้

นน.ของน้ำที่ไหลพุ่ง $W = \gamma a \bar{V}_r$

$$= \frac{1000 \times 9.81 \times 150 \times 10}{10^4}$$

$$= 1.47 \quad KN/s$$

ความเร็วของเรือ $v = 18$ กม./ ชม.

$= 18 \times 1000$

จงคำนวณหาค่าแรงม้าสำหรับปั๊มที่ใช้

วิธีทำ

นน.ของน้ำที่ไหลพุ่ง $W = \gamma a \bar{V}_r$

$$= \frac{1000 \times 9.81 \times 150 \times 10}{10^4}$$

$$= 1.47 \quad KN/s$$

ความเร็วของเรือ $v = 18$ กม./ ชม.

$$= \frac{18 \times 1000}{3600}$$

$$= 5 \quad ม/ว$$

งานที่เกิดขึ้นจากปั๊ม $(W.D.) = \frac{W (V^2_r - v^2)}{2g}$

$$= \frac{150 (10^2 - 5^2)}{2 \times 9.81} \quad kW$$

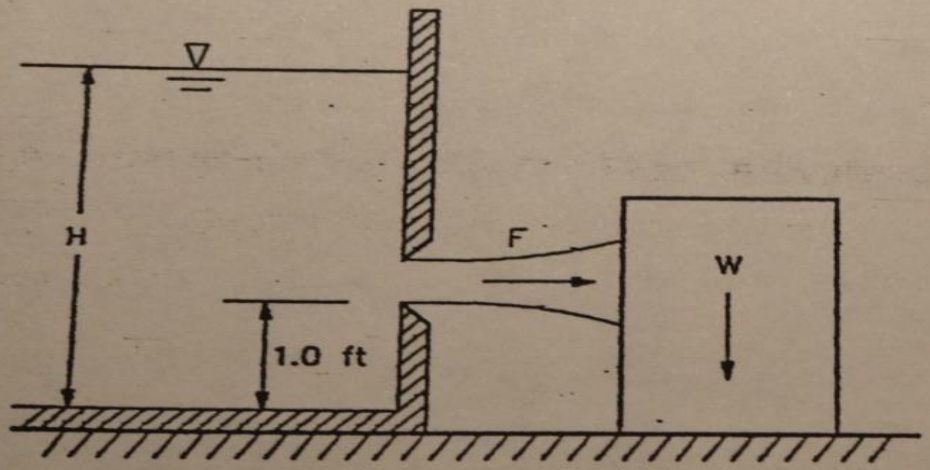
$$= 5.62 \quad kW$$

กำลังของปั๊ม H.P. $= \frac{5.62 \times 1000}{746} = 7.53$ H.P.

quiz

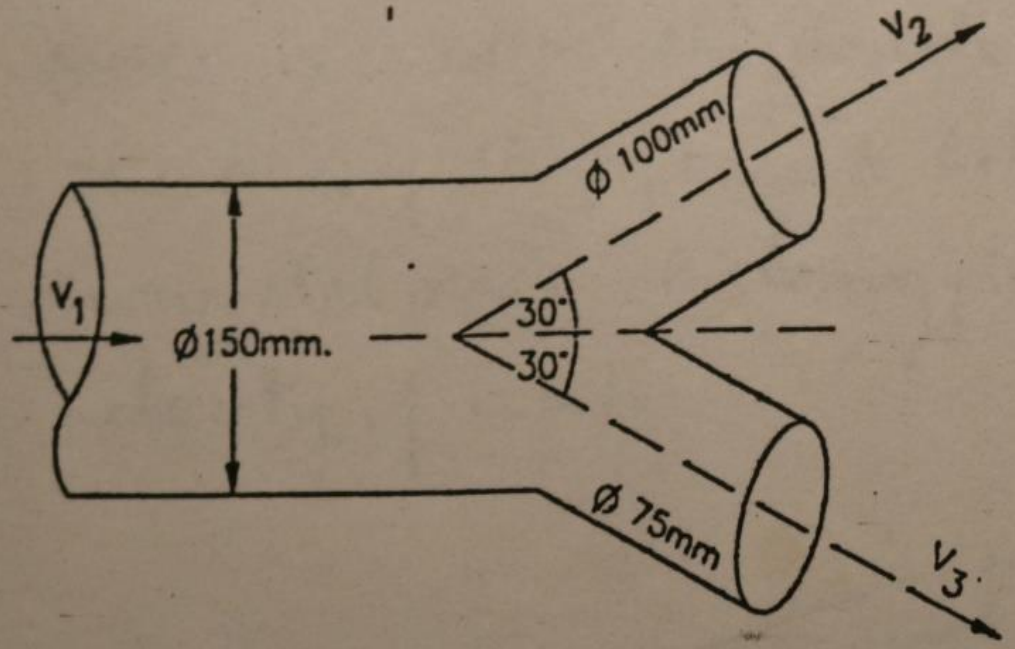
Homework Hydraulics L-12

1. Water flows from a large tank through an orifice of 3 in. diameter and against a block, as shown in the figure below. The water jet strikes the block at the vena contracta. The block weights 50 lb. and coefficeint of friction between block and the floor is 0.57 The orifice coefficient of discharge (C) is 0.60 and its coefficient of contraction (Cc) is 0.62 What is the minimun height to which water must rise on the tank (H in the figure) in order to start the block moving to the right.



$F = \rho Q V$

2. Determine the magnitude and the direction of the resultant force exerted on the double nozzle of the figure below. The axis of the pipe and both nozzles lie in a horizontal plane Both nozzle jets have a water velocity of 12 m/sec .



Solution L 12

1.

$$F = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$F = F_f = C_f W$$

$$Q = C A \sqrt{2gh}$$

$$F_f = 0.57 \times 50 = 28 \text{ lb.}$$

$$28 = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$= 1.94 Q (0 - V_1)$$

$$QV_1 = 14.69$$

At vena contracta $a = 0.62 \pi/4 \times (3/12)^2 = 0.03043 \text{ ft}^2$

$$V_1 = Q/a = Q / 0.03043$$

$$Q = 0.6686 \text{ ft}^3/\text{s}$$

$$= 0.6 \times \pi/4 \times (3/12)^2 \times \sqrt{2 \times 32.2 H}$$

$$H = 9.00 \text{ ft}$$

2.

From Continuity Equation

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 + A_3 V_3$$

$$\pi/4 \times 0.15^2 V_1 = \pi/4 \times 0.10^2 \times 12 + \pi/4 \times 0.075^2 \times 12$$

$V_1 = 8.33$ m/s

$Q_1 = 0.147$ m^3/s

$Q_2 = 0.094$ m^3/s

$Q_3 = 0.053$ m^3/s

From Energy Equation

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + Z_3$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + 0 = 0 + \frac{V_2^2}{2g} + 0 = 0 + \frac{V_3^2}{2g} + 0$$

$\frac{P_1}{\gamma} = 3.80$ m $\qquad P_1 = 37.3$ kPa

$$\Sigma F_X - P1A1 + (F_{N/L})_X = \rho Q_2 V_{2X} + \rho Q_3 V_{3X} - \rho Q_1 V_{1X}$$

$V_X = V \cos\theta$

$(F_{N/L})_X = 2.4$ kN

$(F_{N/L})_Y = -0.027$ kN